

**ANALISI MATEMATICA**  
**ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO**

**1/02/2024**

Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. E. Di Costanzo - Prof. A. Della Rocca

**Testo A**

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$\begin{cases} \frac{e^{xy} - 1}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0); \\ 0, & (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Studiare la continuità in  $(0, 0)$  e stabilire per quali direzioni  $\vec{r}$  esiste la derivata direzionale in  $(0, 0)$ .

2) Risolvere l'equazione complessa

$$z^8 + 16|z|^4 = 0,$$

determinare se ci sono radici tali che  $|z| < 2$ .

3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{e^x}{1 + e^{2x}} \frac{y}{2 \ln y} \\ y(0) = e \end{cases}$$

5) Dare la definizione di retta tangente ad una curva in un suo punto. Dimostrare che se una funzione è derivabile in un punto  $x_0$ , è ivi dotata di retta tangente.

**ANALISI MATEMATICA**  
**ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO**

**1/02/2024**

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. E. Di Costanzo - Prof. A. Della Rocca

**Testo B**

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$\begin{cases} \frac{\ln(1+x^2y^2)}{(x^2+y^2)^2}, & (x,y) \neq (0,0); \\ 0, & (x,y) = 0. \end{cases}$$

Studiare la continuità in  $(0,0)$  e stabilire per quali direzioni  $\vec{r}$  esiste la derivata direzionale in  $(0,0)$ .

2) Risolvere l'equazione complessa

$$z^{12} + 64|z|^6 = 0,$$

determinare se ci sono radici tali che  $|z| < 2$ .

3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{x(1+\ln^2 x)} \frac{\sqrt{1-y^2}}{2 \arcsin y} \\ y(1) = \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

5) Dimostrare il teorema di unicità del limite per le successioni.

**ANALISI MATEMATICA**  
**ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO**

**11/01/2024**

Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. E. Di Costanzo - Prof. A. Della Rocca

**Testo C**

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$\begin{cases} \frac{e^{(x-1)(y-1)} - 1}{(x-1)^2 + (y-1)^2}, & (x, y) \neq (1, 1); \\ 0, & (x, y) = (1, 1). \end{cases}$$

Studiare la continuità in  $(1, 1)$  e stabilire per quali direzioni  $\vec{r}$  esiste la derivata direzionale in  $(1, 1)$ .

2)

$$z^6 + 4|z|^3 = 0,$$

determinare se ci sono radici tali che  $|z| < 2$ .

3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{e^{x-1}}{1 + e^{2(x-1)}} \frac{y-1}{2 \ln(y-1)} \\ y(1) = e + 1 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di funzione biunivoca. Dimostrare che se una funzione è strettamente monotona allora è iniettiva.

**ANALISI MATEMATICA**  
**ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO**

**11/01/2024**

Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. E. Di Costanzo - Prof. A. Della Rocca

**Testo D**

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$\begin{cases} \frac{\ln(1 + (x-1)^2(y-1)^2)}{((x-1)^2 + (y-1)^2)^2}, & (x, y) \neq (1, 1); \\ 0, & (x, y) = (1, 1). \end{cases}$$

Studiare la continuità in  $(1, 1)$  e stabilire per quali direzioni  $\vec{r}$  esiste la derivata direzionale in  $(1, 1)$ .

2) Risolvere l'equazione complessa

$$z^4 + 4|z|^2 = 0,$$

determinare se ci sono radici tali che  $|z| < 2$ .

3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{(x-1)(1 + \ln^2(x-1))} \frac{\sqrt{1 - (y-1)^2}}{2 \arcsin(y-1)} \\ y(2) = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1 \end{cases}$$

5) Dimostrare che le serie TSC sono regolari