

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO

11/01/2024

Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. E. Di Costanzo - Prof. A. Della Rocca

Testo A

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

- 1) Studiare il carattere della seguente serie al variare del parametro reale $x \geq 0$:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(e^x - 1)^n}{n + \ln n}.$$

- 2) Sia $\alpha > 0$. Data la funzione

$$f(x) = \frac{1 - \cos x - \frac{x^2}{2}}{|x|^\alpha},$$

determinare il suo insieme di definizione. Stabilire per quali valori di $\alpha > 0$ la funzione è prolungabile per continuità. Detta $\bar{f}(x)$ la funzione prolungata, studiare la sua derivabilità in $x = 0$, per $\alpha \in (0, 4)$.

Per il calcolo dei limiti usare lo sviluppo di Taylor : $\cos t = 1 - t^2/2 + t^4/4! + o(t^5)$.

- 3) Trovare l'integrale generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' - 2y' + 3 = 0$$

.

Fissate $c_1 = c_2 = 1$, calcolare $\int_0^1 x^2 y(x) dx$.

- 5) Enunciare e dimostrare il teorema dei valori intermedi.

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO

11/01/2024

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. E. Di Costanzo - Prof. A. Della Rocca

Testo B

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

- 1) Studiare il carattere della seguente serie al variare del parametro reale $x \geq e$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\ln x - 1)^n}{2^n + \sqrt{n}}.$$

- 2) Sia $\alpha > 0$. Data la funzione

$$f(x) = \frac{\arctan(x-1) - (x-1)}{|x-1|^\alpha},$$

determinare il suo insieme di definizione. Stabilire per quali valori di $\alpha > 0$ la funzione è prolungabile per continuità. Detta $\tilde{f}(x)$ la funzione prolungata, studiare la sua derivabilità in $x = 1$, per $\alpha \in (0, 3)$.

Per il calcolo dei limiti usare lo sviluppo di Taylor : $\arctan t = t - t^3/3 + t^5/5 + o(t^6)$.

- 3) Trovare l'integrale generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' + 4y' + 5 = 0$$

.

Fissate $c_1 = c_2 = 1$, calcolare $\int_0^1 x^2 y(x) dx$.

- 5) Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat.

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO

11/01/2024

Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. E. Di Costanzo - Prof. A. Della Rocca

Testo C

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

- 1) Studiare il carattere della seguente serie al variare del parametro reale $x \geq 1$:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(e^{x-1} - 1)^n}{n + \ln(n + 1)}.$$

- 2) Sia $\alpha > 0$. Data la funzione

$$f(x) = \frac{1 - \cos(x - 1) - \frac{(x-1)^2}{2}}{|x - 1|^\alpha},$$

determinare il suo insieme di definizione. Stabilire per quali valori di $\alpha > 0$ la funzione è prolungabile per continuità. Detta $\bar{f}(x)$ la funzione prolungata, studiare la sua derivabilità in $x = 1$, per $\alpha \in (0, 4)$.

Per il calcolo dei limiti usare lo sviluppo di Taylor : $\cos t = 1 - t^2/2 + t^4/4! + o(t^5)$.

- 3) Trovare l'integrale generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' + 2y' + 1 = 0$$

.

Fissate $c_1 = c_2 = 1$, calcolare $\int_0^1 x^2 y(x) dx$.

- 5) Enunciare e dimostrare il teorema di Rolle e darne la sua interpretazione geometrica.

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE - ING. AMBIENTE e TERRITORIO

11/01/2024

Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. E. Di Costanzo - Prof. A. Della Rocca

Testo D

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

- 1) Studiare il carattere della seguente serie al variare del parametro reale $x \geq e + 1$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\log(x-1) - 1)^n}{2^n + \sqrt{n+1}}.$$

- 2) Sia $\alpha > 0$. Data la funzione

$$f(x) = \frac{\arctan x - x}{|x|^\alpha},$$

determinare il suo insieme di definizione. Stabilire per quali valori di $\alpha > 0$ la funzione è prolungabile per continuità. Detta $\bar{f}(x)$ la funzione prolungata, studiare la sua derivabilità in $x = 0$, per $\alpha \in (0, 3)$.

Per il calcolo dei limiti usare lo sviluppo di Taylor : $\arctan t = t - t^3/3 + t^5/5 + o(t^6)$.

- 3) Trovare l'integrale generale della seguente equazione differenziale:

$$y'' + 3y' - 3 = 0$$

.

Fissate $c_1 = c_2 = 1$, calcolare $\int_0^1 x^2 y(x) dx$.

- 5) Enunciare e dimostrare il teorema di Torricelli–Barrow.