

ANALISI MATEMATICA 1

ING. Aereospaziale

4/02/2022

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. V. Regis Durante

Testo A

Cognome e nome.....

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} \left(\frac{\sqrt{1+3x^2}}{\cos x} - 1 \right) & x > 0 \\ \lambda & x = 0 \\ \frac{e^{\cos(2x)-1} - 1}{|x|^\alpha} & x < 0 \end{cases}$$

determinare per quali valori dei parametri reali $\alpha, \lambda \in \mathbb{R}$ la funzione risulta continua e derivabile in $x = 0$. Si ricordano gli sviluppo di Mac Laurin :

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2} + \frac{t^4}{4!} - \frac{t^6}{6!} + \dots + (-1)^n \frac{t^{2n}}{(2n)!} + o(t^{2n+1}), \quad (1+t)^\alpha = 1 + \alpha t + \alpha(\alpha-1) \frac{t^2}{2} + o(t^2)$$

2) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$|\bar{z} - 3i|z\bar{z} = |\bar{z} - 3i|^3$$

Determinare tra tutte le soluzioni quelle per cui $Imz = -3$.

3) Calcolare l'area sottesa al grafico della seguente funzione nell'intervallo $[-e, 2]$

$$f(x) = \frac{|x|}{x+3} \frac{\log(9-x^2)}{x-3}$$

- 4) Dare la definizione di serie assolutamente convergente. Enunciare e dimostrare il teorema che lega convergenza assoluta e convergenza semplice di una serie. Commentare con esempi e controesempi.

ANALISI MATEMATICA 1

ING. Aereospaziale

4/02/2022

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. V. Regis Durante

Testo B

Cognome e nome.....

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{(x-1)^2} \left(\frac{\sqrt{1+3(x-1)^2}}{\cos(x-1)} - 1 \right) & x > 1 \\ \lambda & x = 1 \\ \frac{e^{\cos(2(x-1))} - 1}{|x-1|^\alpha} & x < 1 \end{cases}$$

determinare per quali valori dei parametri reali $\alpha, \lambda \in \mathbb{R}$ la funzione risulta continua e derivabile in $x = 1$. Si ricordano gli sviluppo di Mac Laurin :

$$\cos t = 1 - \frac{t^2}{2} + \frac{t^4}{4!} - \frac{t^6}{6!} + \dots + (-1)^n \frac{t^{2n}}{(2n)!} + o(t^{2n+1}), \quad (1+t)^\alpha = 1 + \alpha t + \alpha(\alpha-1) \frac{t^2}{2} + o(t^2)$$

2) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$|\bar{z} - 4i|z\bar{z} = |\bar{z} - 4i|^3.$$

Determinare tra tutte le soluzioni quelle per cui $Imz = -4$.

3) Calcolare l'area sottesa al grafico della seguente funzione nell'intervallo $[-2, 1]$

$$f(x) = \frac{|x|}{x^4 - 2x^2 + 2} \arctan(1 - x^2)$$

- 4) Forme indeterminate per le funzioni. Enunciare e dimostrare il teorema di de l'Hôpital. Commentare con esempi e controesempi.