

**ANALISI MATEMATICA
INGEGNERIA AEROSPAZIALE**

10/02/2025

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. F. Giordano

Testo A

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Si consideri la funzione integrale:

$$F(x) = \int_1^x \frac{(e^{\frac{1}{t}} - 1)}{t^2 \ln^\alpha(1 + t^2)} dt, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

- Determinare, trascurando l'eventuale prolungabilità, il suo insieme di definizione, di continuità e di derivabilità.
- Stabilire se $F(x)$ è invertibile nel suo insieme di definizione. In caso affermativo, detta $G(y)$ la sua funzione inversa, calcolare $G'(0)$.
- Fissato $\alpha = 0$ si calcoli $F(2)$.

2) Risolvere l'equazione complessa:

$$(z + i)^3 = \frac{1 - i}{1 + i}.$$

Disegnare le soluzioni nel piano complesso.

3) Data la funzione

$$f(x) = \frac{|x|^\alpha + \sin x^2}{\arctan x}$$

Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, il suo ordine d'infinitesimo per $x \rightarrow 0$.

4) Enunciare e dimostrare il teorema della media integrale e darne l'interpretazione geometrica.

**ANALISI MATEMATICA
INGEGNERIA AEROSPAZIALE**

10/02/2025

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. F. Giordano

Testo B

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Si consideri la funzione integrale:

$$F(x) = \int_1^x \frac{\sqrt{\frac{2}{t} - 1} + 1}{t^2 (e^t + 1)^\alpha} dt, \quad \alpha \in \mathbb{R}.$$

- Determinare, trascurando l'eventuale prolungabilità, il suo insieme di definizione, di continuità e di derivabilità.
- Stabilire se $F(x)$ è invertibile nel suo insieme di definizione. In caso affermativo, detta $G(y)$ la sua funzione inversa, calcolare $G'(0)$.
- Fissato $\alpha = 0$ si calcoli $F(2)$.

2) Risolvere l'equazione complessa:

$$(z - i)^3 = \frac{1 + i}{1 - i}.$$

Disegnare le soluzioni nel piano complesso.

3) Data la funzione

$$f(x) = \frac{\sin(|x|^\alpha) + (e^x - 1)^2}{\log(1 + x)}$$

Studiare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, il suo ordine d'infinitesimo per $x \rightarrow 0$.

4) Dare la definizione di successione monotona. Enunciare e dimostrare il teorema sulle serie a termini di segno costante.