ANALISI MATEMATICA
INGEGNERIA AEROSPAZIALE
13/01/2025

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. F. Giordano

Testo A

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la seguente funzione:

$$\begin{cases} \frac{\arctan x - x}{x^\alpha}, & x > 0 \\ b, & x = 0; \\ \frac{a(\sin x - x)}{e^{x^2}-1}, & x < 0. \end{cases}$$

studiare continuità e derivabilità in $x = 0$ al variare di $\alpha, b, a \in \mathbb{R}$.. Si ricordano gli sviluppi di Taylor : $(\arctan t = t - t^3/3 + o(t^4), \sin t = t - t^3/3! + o(t^3), e^t = 1 + t + t^2/2 + o(t^2))$.

2) Studiare la convergenza della seguente serie al variare di $x \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1 - e^{x^2+1/2})^n}{n^2 + sen^2 n}.$$

3) Sia

$$I(\alpha) = \int_3^{+\infty} \frac{x^\alpha (\log(1 + \frac{1}{x^2}))^{\alpha-1}}{x^2 - 5x + 6} dx$$

determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio converge. Calcolare il valore dell'integrale con $\alpha = 1$

4) Enunciare e dimostrare il teorema dei valori intermedi.

ANALISI MATEMATICA
INGEGNERIA AEROSPAZIALE
13/01/2025

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. F. Giordano

Testo B

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la seguente funzione:

$$\begin{cases} \frac{\ln(1+x)-x}{x^\alpha}, & x > 0 \\ b, & x = 0; \\ \frac{a(e^x-1-x)}{\sin x}, & x < 0. \end{cases}$$

studiare continuità e derivabilità in $x = 0$ al variare di $\alpha, b, a \in \mathbb{R}$. Si ricordano gli sviluppi di Taylor : $(\ln(1+t) = t - t^2/2 + o(t^2), \sin t = t - t^3/3! + o(t^3))$.

2) Studiare la convergenza della seguente serie al variare di $x \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\log(x^2+1)-1)^n}{n^2 + cos^2 2n}.$$

3) Sia

$$I(\alpha) = \int_3^{+\infty} \frac{x^\alpha (e^{\frac{1}{x^2}} - 1)^{\alpha-1}}{x^2 - 5x + 6} dx$$

determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio converge. Calcolare il valore dell'integrale con $\alpha = 1$

4) Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat.

ANALISI MATEMATICA
INGEGNERIA AEROSPAZIALE

13/01/2025

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. F. Giordano

<u>Testo C</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la seguente funzione:

$$\begin{cases} \frac{\arctan(x-1)-(x-1)}{(x-1)^\alpha}, & x>1 \\ b, & x=1; \\ \frac{a(\sin(x-1)-x+1)}{e^{(x-1)^2}-1}, & x<1. \end{cases}$$

studiare continuità e derivabilità in $x=1$ al variare di $\alpha, b, a \in \mathbb{R}$

Si ricordano gli sviluppi di Taylor : $(\arctan t = t - t^3/3 + o(t^4), \sin t = t - t^3/3! + o(t^3), e^t = 1 + t + t^2/2 + o(t^2)$.

2) Studiare Studiare la convergenza della seguente serie al variare di $x \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(e^{x^2+1}-1)^n}{n^2+cos^2 n}.$$

3) Sia

$$I(\alpha) = \int_3^{+\infty} \frac{x^\alpha (\sin^2(\frac{1}{x}))^{\alpha-1}}{x^2-5x+6} dx$$

determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio converge. Calcolare il valore dell'integrale con $\alpha = 1$

4) Enunciare e dimostrare il teorema di Rolle e darne la sua interpretazione geometrica.

ANALISI MATEMATICA
INGEGNERIA AEROSPAZIALE

13/01/2025

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. F. Giordano

<u>Testo D</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la seguente funzione:

$$\begin{cases} \frac{\log(1+(x-1))-x+1}{(x-1)^\alpha}, & x>1 \\ b, & x=1; \\ \frac{a(e^{(x-1)}-1-(x-1))}{\sin(x-1)}, & x<1. \end{cases}$$

studiare continuità e derivabilità in $x=1$ al variare di $\alpha, b, a \in \mathbb{R}$

Si ricordano gli sviluppi di Taylor : $(\log(1+t) = t - t^2/2 + o(t^2), \sin t = t - t^3/3! + o(t^3))$

2) Studiare la convergenza della seguente serie al variare di $x \in \mathbb{R}$:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1-\log(x^2+1))^n}{n^2 + sen^2\, 2n}.$$

3) Sia

$$I(\alpha) = \int_3^{+\infty} \frac{x^\alpha (1-\cos\frac{1}{x})^{\alpha-1}}{x^2-5x+6} dx$$

determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio converge. Calcolare il valore dell'integrale con $\alpha = 1$

4) Enunciare e dimostrare il teorema di Torricelli Barrow.