ANALISI MATEMATICA
INGEGNERIA AEROSPAZIALE

11/01/2024

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. F. Giordano

<u>Testo A</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare il carattere della seguente serie al variare del parametro reale $x \geq 0$:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(e^x - 1)^n}{n + \log(n)}.$$

2) Sia $\alpha > 0$. Data la funzione

$$f(x) = \frac{1 - \cos(x) - \frac{x^2}{2}}{|x|^\alpha},$$

determinare il suo insieme di definizione (si ricorda lo sviluppo di Mc Laurin del coseno: $\cos(t) = 1 - \frac{t^2}{2} + \frac{t^4}{4!} + ... + \frac{(-1)^n}{(2n)!}t^{2n} + o(t^{2n+1})$). Stabilire per quali valori di $\alpha > 0$ la funzione è prolungabile per continuità. Detta $\bar{f}(x)$ la funzione prolungata, studiare la derivabilità in $x = 0$, per $\alpha \in (0, 4)$.

3) Sia

$$I(\alpha) = \int_0^1 \frac{\arcsin(x)}{x^{\alpha-1} \cdot (1 - x^2)^{\frac{\alpha}{2}}} dx$$

determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale generalizzato converge. Calcolare il valore dell'integrale con $\alpha = 1$

4) Enunciare e dimostrare il teorema dei valori intermedi.

ANALISI MATEMATICA
INGEGNERIA AEROSPAZIALE
11/01/2024

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. F. Giordano

<u>Testo B</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare il carattere della seguente serie al variare del parametro reale $x \geq e$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\log(x) - 1)^n}{2^n + \sqrt{n}}.$$

2) Sia $\alpha > 0$. Data la funzione

$$f(x) = \frac{\arctan(x-1) - (x-1)}{|x-1|^\alpha},$$

determinare il suo insieme di definizione (si ricorda lo sviluppo di Mc Laurin dell'arcotangente: $\arctan(t) = t - \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} + ... + \frac{(-1)^n}{2n+1} t^{2n+1} + o(t^{2n+2})$). Stabilire per quali valori di $\alpha > 0$ la funzione è prolungabile per continuità. Detta $\bar{f}(x)$ la funzione prolungata, studiare la derivabilità in $x = 1$, per $\alpha \in (0, 3)$.

3) Sia

$$I(\alpha) = \int_0^1 \frac{\arctan(x)}{x^{1-\alpha} \cdot (1+x^2)(1-x^2)^{\frac{\alpha-1}{2}}} dx$$

determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale generalizzato converge. Calcolare il valore dell'integrale con $\alpha = 1$

4) Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat.

ANALISI MATEMATICA
INGEGNERIA AEROSPAZIALE

11/01/2024

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. F. Giordano

Testo C

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare il carattere della seguente serie al variare del parametro reale $x \geq 1$:

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(e^{x-1}-1)^n}{n+\log(n+1)}.$$

2) Sia $\alpha > 0$. Data la funzione

$$f(x) = \frac{1-\cos(x-1)-\frac{(x-1)^2}{2}}{|x-1|^\alpha},$$

determinare il suo insieme di definizione (si ricorda lo sviluppo di Mc Laurin del coseno: $\cos(t) = 1 - \frac{t^2}{2} + \frac{t^4}{4!} + ... + \frac{(-1)^n}{(2n)!}t^{2n} + o(t^{2n+1})$). Stabilire per quali valori di $\alpha > 0$ la funzione è prolungabile per continuità. Detta $\bar{f}(x)$ la funzione prolungata, studiare la derivabilità in $x = 1$, per $\alpha \in (0, 4)$.

3) Sia

$$I(\alpha) = \int_0^1 \frac{\arcsin(x)}{x^{1-\alpha} \cdot (1-x^2)^{\frac{\alpha}{2}}} dx$$

determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale generalizzato converge. Calcolare il valore dell'integrale con $\alpha = 1$

4) Enunciare e dimostrare il teorema di Rolle e darne la sua interpretazione geometrica.

ANALISI MATEMATICA
INGEGNERIA AEROSPAZIALE

11/01/2024

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. F. Giordano

Testo D

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare il carattere della seguente serie al variare del parametro reale $x \geq e+1$:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(\log(x-1)-1)^n}{2^n + \sqrt{n+1}}.$$

2) Sia $\alpha > 0$. Data la funzione

$$f(x) = \frac{\arctan(x) - x}{|x|^\alpha},$$

determinare il suo insieme di definizione (si ricorda lo sviluppo di Mc Laurin dell'arcotangente: $\arctan(t) = t - \frac{t^3}{3} + \frac{t^5}{5} + ... + \frac{(-1)^n}{2n+1} t^{2n+1} + o(t^{2n+2})$). Stabilire per quali valori di $\alpha > 0$ la funzione è prolungabile per continuità. Detta $\bar{f}(x)$ la funzione prolungata, studiare la derivabilità in $x = 0$, per $\alpha \in (0, 3)$.

3) Sia

$$I(\alpha) = \int_0^1 \frac{\arctan(x)}{x^{\alpha-1} \cdot (1+x^2)(1-x^2)^{\frac{1-\alpha}{2}}} dx$$

determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ l'integrale generalizzato converge. Calcolare il valore dell'integrale con $\alpha = 1$

4) Enunciare e dimostrare il teorema di Torricelli Barrow.