ANALISI I - ING. AEROSPAZIALE - II Canale

10/04/2014

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x \frac{t^2-1}{t+5}\,dt}{x^\alpha} & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ e^{-\frac{1}{x^2}} & x < 0 \end{cases}$$

è continua e derivabile in $x = 0$.

2) Data la funzione

$$f(x) = \frac{\ln(2 - e^x)\,\mathrm{sen}^3(\sqrt[5]{x})}{x}$$

verificare che f è un infinitesimo per $x \to 0$ e determinare il suo ordine di infinitesimo.

3) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva $y = \frac{\mathrm{sen}(\ln x)}{x} \ln x$ relativamente all'intervallo $[1, e^{2\pi}]$.

4) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{k2^k} \left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1} \right)^k .$$

5) Dare la definizione di estremo superiore ed inferiore di un insieme di numeri reali. Serie di Taylor. Funzioni analitiche. Enunciare e dimostrare il criterio per la sviluppabilità in serie di Taylor di una funzione.