

# ANALISI I - ING. AEROSPAZIALE - II Canale

16/01/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa I. de Bonis

## Testo A

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}^+$  il comportamento della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\ln x - 1)^n}{n^2 + 2}.$$

- 2) Data la funzione

$$F(x) = - \int_{\sqrt{3}}^x \frac{1}{t^2 - 2} dt - \operatorname{arctg} x$$

stabilire se è invertibile nel suo insieme di definizione. Detta  $x = G(y)$  la sua inversa, stabilire se è derivabile in  $y = -\frac{\pi}{3}$  e calcolare la derivata.

- 3) Determinare, se esistono, le soluzioni dell'equazione complessa

$$z^2 - |\bar{z} - 3| - 4 = 0$$

tali che  $\operatorname{Re}(z) < 0$  e  $\operatorname{Im}(z) = 0$ .

- 4) Studiare il seguente integrale improprio:

$$\int_1^{+\infty} \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 1}} dx.$$

- 5) Enunciare e dimostrare il teorema dei valori intermedi dare la definizione di successione. Esibire una successione convergente, indeterminata ed una divergente positivamente.

# ANALISI I - ING. AEROSPAZIALE - II Canale

16/01/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa I. de Bonis

## Testo B

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}$  il comportamento della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(e^x - 1)^n}{\sqrt{n} + 2}.$$

- 2) Data la funzione

$$F(x) = - \int_2^x \frac{1}{e^t - 1} dt - e^x$$

stabilire se è invertibile nel suo insieme di definizione. Detta  $x = G(y)$  la sua inversa, stabilire se è derivabile in  $y = -e^2$  e calcolare la derivata.

- 3) Determinare, se esistono, le soluzioni dell'equazione complessa

$$(z - 1)^2 - |\bar{z} - 2| + 3 = 0$$

tali che  $Re(z) > 0$  e  $Im(z) > 0$ .

- 4) Studiare il seguente integrale improprio :

$$\int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{\sqrt{x^3 - 1}} dx.$$

- 5) Dare la definizione di funzione derivabile in un punto. Interpretazione geometrica della derivata prima in un punto. Retta tangente: sua definizione. Dimostrare che ogni funzione derivabile in un punto  $x_0$  è ivi dotata di retta tangente. Dare un esempio di curva che non ammette retta tangente in un suo punto.

# ANALISI I - ING. AEROSPAZIALE - II Canale

16/01/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa I. de Bonis

## Testo C

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Studiare al variare di  $x \in (1, +\infty)$  il comportamento della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(\log(x-1) - 1)^n}{n^2 + 2}.$$

- 2) Data la funzione

$$F(x) = - \int_{-\sqrt{3}}^x \frac{1}{t^2 - 2} dt - \operatorname{arctg} x$$

stabilire se è invertibile nel suo insieme di definizione. Detta  $x = G(y)$  la sua inversa, stabilire se è derivabile in  $y = -\frac{2\pi}{3}$  e calcolare la derivata.

- 3) Determinare, se esistono, le soluzioni dell'equazione complessa

$$|z|^2 + |z - 1| + 2z = 0$$

tali che  $2\operatorname{Re}(z) < \operatorname{Im}z$ .

- 4) Studiare il seguente integrale improprio:

$$\int_2^{+\infty} \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 4}} dx.$$

- 5) Dare la definizione di punto di accumulazione, di limite di funzione in un punto al finito ( $x \rightarrow x_0$ )

Dimostrare il teorema di unicità del limite per successioni.

# ANALISI I - ING. AEROSPAZIALE - II Canale

16/01/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa I. de Bonis

## Testo D

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}$  il comportamento della seguente serie:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(e^{(x-1)} - 1)^n}{\sqrt{n} + 2}$$

- 2) Data la funzione

$$F(x) = - \int_{-2}^x \frac{1}{e^t - 1} dt - e^x$$

stabilire se è invertibile nel suo insieme di definizione. Detta  $x = G(y)$  la sua inversa, stabilire se è derivabile in  $y = -e^{-2}$  e calcolare la derivata.

- 3) Determinare, se esistono, le soluzioni dell'equazione complessa

$$|z - 3|^2 + |z - 2| - 6z = 0$$

tali che  $Re(z) < 2$  e  $Imz = 0$ .

- 4) Studiare il seguente integrale improprio:

$$\int_{\sqrt{3}}^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{\sqrt{x^2 - 3}} dx.$$

- 5) Dare la definizione di funzione continua in un punto.  
Dimostrare il teorema della media per il calcolo integrale. Darne l'interpretazione geometrica.