ANALISI MATEMATICA 1 - ING. AEROSPAZIALE

08/02/2017

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa I. de Bonis

Testo A

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare gli eventuali punti di massimo locale ed assoluto e gli eventuali punti di minimo locale ed assoluto della funzione

$$f(x) = e^x(2x^3 + 5x^2) \quad \text{in} \quad [0, +\infty).$$

2) Utilizzando le operazioni sui grafici di funzione, disegnare la curva

$$y = \operatorname{arctg}|3x|\,.$$

Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva nell'intervallo $\left[-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right]$.

3) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{xe^x + 1}\,,$$

stabilire se è invertibile nell'intervallo $[0, +\infty)$. In caso affermativo, indicata con $x = g(y)$ la sua inversa, stabilire se $g(y)$ è derivabile e calcolare $g'\left(\sqrt{e+1}\right)$.

4) Stabilire i valori di $\beta \in \mathbb{R}^+$ affinché la funzione

$$f(x) = \sqrt[4]{x^3} + \ln\left(\operatorname{sen}\left(x^\beta \sqrt[4]{x}\right) + 1\right)$$

abbia ordine di infinitesimo $\alpha = \frac{3}{4}$ per $x \to 0^+$.

5) Dare la definizione di estremo relativo. Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat. Che tipo di condizioni fornisce? Commentare con esempi e controesempi.

ANALISI MATEMATICA 1 - ING. AEROSPAZIALE

08/02/2017

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa I. de Bonis

Testo B

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare gli eventuali punti di massimo locale ed assoluto e gli eventuali punti di minimo locale ed assoluto della funzione

$$f(x) = \frac{2x}{x^2+2} \quad \text{in} \quad [\sqrt{2}, +\infty).$$

2) Utilizzando le operazioni sui grafici di funzione, disegnare la curva

$$y = \ln\left|\frac{x}{2}\right| .$$

Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva nell'insieme $[-2e, -2] \cup [2, 2e]$.

3) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{x \operatorname{arctg} x + 1}\,,$$

stabilire se è invertibile nell'intervallo $[1, +\infty)$. In caso affermativo, indicata con $x = g(y)$ la sua inversa, stabilire se $g(y)$ è derivabile e calcolare $g'\left(\sqrt{2 \operatorname{arctg} 2 + 1}\right)$.

4) Stabilire i valori di $\beta \in \mathbb{R}^+$ affinché la funzione

$$f(x) = \cos(2x^\beta) + e^{x^3} - 2 + \sqrt[5]{x}$$

abbia ordine di infinitesimo $\alpha = \frac{1}{5}$ per $x \to 0^+$.

5) Enunciare e dimostrare il teorema della media per il calcolo integrale e darne un'interpretazione geometrica.

ANALISI MATEMATICA 1 - ING. AEROSPAZIALE

08/02/2017

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa I. de Bonis

<u>Testo C</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare gli eventuali punti di massimo locale ed assoluto e gli eventuali punti di minimo locale ed assoluto della funzione

$$f(x) = \ln(x^2 + 2x) - x \quad \text{in} \quad [\sqrt{2}, +\infty).$$

2) Utilizzando le operazioni sui grafici di funzione, disegnare la curva

$$y = \operatorname{arctg}|5x|.$$

Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva nell'intervallo $\left[-\frac{1}{5}, \frac{1}{5}\right]$.

3) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{(x-1)e^{x-1} + 1},$$

stabilire se è invertibile nell'intervallo $[1, +\infty)$. In caso affermativo, indicata con $x = g(y)$ la sua inversa, stabilire se $g(y)$ è derivabile e calcolare $g'(\sqrt{e+1})$.

4) Stabilire i valori di $\beta \in \mathbb{R}^+$ affinché la funzione

$$f(x) = \ln\left(\operatorname{tg}\left((x-1)^\beta \sqrt[4]{x-1}\right) + 1\right) + \sqrt[4]{(x-1)^3}$$

abbia ordine di infinitesimo $\alpha = \frac{3}{4}$ per $x \to 1^+$.

5) Enunciare e dimostrare il teorema di de l'Hôpital. Far vedere che tutte le forme indeterminate si possono ricondurre alle forme per cui è applicabile tale teorema. Che tipo di condizioni fornisce? Esibire esempi e controesempi.

ANALISI MATEMATICA 1 - ING. AEROSPAZIALE

08/02/2017

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa I. de Bonis

Testo D

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare gli eventuali punti di massimo locale ed assoluto e gli eventuali punti di minimo locale ed assoluto della funzione

$$f(x) = \frac{2(x-1)}{(x-1)^2+2} \quad \text{in} \quad [1+\sqrt{2}, +\infty).$$

2) Utilizzando le operazioni sui grafici di funzione, disegnare la curva

$$y = \ln\left|\frac{x}{4}\right| .$$

Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva nell'insieme $[-4e, -4] \cup [4, 4e]$.

3) Data la funzione

$$f(x) = \sqrt{(x+2)\operatorname{arctg}(x+2)+1}\,,$$

stabilire se è invertibile nell'intervallo $[-1, +\infty)$. In caso affermativo, indicata con $x = g(y)$ la sua inversa, stabilire se $g(y)$ è derivabile e calcolare $g'\left(\sqrt{3\operatorname{arctg}3+1}\right)$.

4) Stabilire i valori di $\beta \in \mathbb{R}^+$ affinché la funzione

$$f(x) = \cos(2(x-2)^\beta) + e^{(x-2)^3} - 2 + \sqrt[5]{x-2}$$

abbia ordine di infinitesimo $\alpha = \frac{1}{5}$ per $x \to 2^+$.

5) Dare la definizione di funzione derivabile in un punto. Dimostrare che, data la curva di equazione $y = f(x)$ definita in un intervallo A, se f è derivabile in un punto x_0 in A allora la curva è dotata di retta tangente in $(x_0, f(x_0))$. Ricavare l'equazione della tangente. Classificare i punti ove f non è derivabile e fornire un esempio per ogni caso.