ANALISI MATEMATICA I:
ING. CIVILE

29/1/2008

Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. G. Dell'Acqua

<u>Testo A</u>

Cognome .... Nome..

Matricola.....................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Calcolare il seguente integrale improprio:

$$\int_{e^3}^{+\infty} \frac{dx}{x(\log^2 x - 2\log x)}$$

2) Date le funzioni $f(x) = 5\sin x - \alpha e^x \sin x$ e $g(x) = x^3 + x$, dire se esistono dei valori di α per i quali $f(x)$ è un infinitesimo di ordine maggiore rispetto a $g(x)$ per $x \to 0$.

3) Studiare al variare di a, α in $\mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità in $x = 0$ della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x (e^{t^2}-1)dt}{x^\alpha} & x > 0 \\ a & x = 0 \\ \arctan(|x|) & x < 0 \end{cases}$$

Dire se la funzione ammette asintoto obliquo per $x \to -\infty$.

TEORIA. Dare la definizione di funzione continua e di funzione derivabile. Dimostrare che se $f(x)$ è derivabile in x_0 allora è ivi continua . Fornire esempi e controesempi.

ANALISI MATEMATICA I:
ING. CIVILE
29/1/2008
Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. G. Dell'Acqua
Testo B

Cognome .... Nome...

Matricola......................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Calcolare il seguente integrale improprio:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(1+x^2)(\text{arctg}x+\pi)^2}$$

2) Date le funzioni $f(x) = \alpha \log(1+3x^5) - \tan x \log(1+3x^5)$ e $g(x) = x^8 + x^5$, dire se esistono dei valori di α per i quali $f(x)$ è un infinitesimo di ordine maggiore rispetto a $g(x)$ per $x \to 0$.

3) Studiare al variare di a,α in $\mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità in $x = 0$ della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x \text{arctg}t\, dt}{x^\alpha} & x > 0 \\ a & x = 0 \\ e^{-\frac{1}{x^2}} & x < 0 \end{cases}.$$

Dire se la funzione ammette asintoto obliquo per $x \to -\infty$.

TEORIA. Dare la definizione di ordine di infinito e di infinitesimo per una successione $\{a_n\}_{n\in\mathbf{N}}$. Dimostrare il principio di sostituzione degli infinitesimi. Applicazioni.

ANALISI MATEMATICA I:
ING. CIVILE
29/1/2008
Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. G. Dell'Acqua
Testo C

Cognome .... Nome..

Matricola......................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Calcolare il seguente integrale improprio:

$$\int_{e^2}^{+\infty} \frac{dx}{x(\log x - 1)^2}$$

2) Date le funzioni $f(x) = x^2 \sin(\tan x) - \beta \tan x$ e $g(x) = x^3 + \sin x$, dire se esistono dei valori di β per i quali $f(x)$ è un infinitesimo di ordine maggiore a $g(x)$ per $x \to 0$.

3) Studiare al variare di a, α in $\mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità in $x = 1$ della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^{x-1} (e^{t^2} - 1)dt}{(x-1)^\alpha} & x > 1 \\ a & x = 1 \\ \arctan(|x-1|) & x < 1 \end{cases}$$

Dire se la funzione ammette asintoto obliquo per $x \to -\infty$.

TEORIA. Dare la definizione di funzione derivabile ed il significato geometrico della derivata prima in un punto. Dare la definizione di tangente ad una curva $y = f(x)$ in un punto x_0 e ricavarne la sua equazione.

ANALISI MATEMATICA I:
ING. CIVILE
29/1/2008
Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. G. Dell'Acqua
Testo D

Cognome .... Nome..

Matricola......................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Calcolare il seguente integrale improprio:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mathrm{e}^x dx}{\mathrm{e}^{2x} + 2\mathrm{e}^x + 1}$$

2) Date le funzioni $f(x) = x^3 \tan x^3 - \beta \tan^3 x$ e $g(x) = x^5 + \mathrm{e}^x - 1$, dire se esistono dei valori di β per i quali $f(x)$ è un infinitesimo di ordine maggiore a $g(x)$ per $x \to 0$.

3) Studiare al variare di a,α in $\mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità in $x = 1$ della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^{x-1} \mathrm{arctg} t \, dt}{(x-1)^\alpha} & x > 1 \\ a & x = 1 \\ \mathrm{e}^{-\frac{1}{(x-1)^2}} & x < 1 \end{cases}.$$

Dire se la funzione ammette asintoto obliquo per $x \to -\infty$.

TEORIA. Dare la definizione di funzione di una variabile reale e la definizione di funzione inversa. Fornire dei criteri di invertibilità, esempi e controesempi.