ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE
10/01/2014
Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

Testo A

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(e^x-1)^k}{2^{k+1}}.$$

2) Stabilire per quali valori dei parametri $\alpha > 0$ e $\beta \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \int_0^x \sqrt{4|t|^\alpha + 1}\, dt & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ \frac{1}{1-\frac{\beta}{x}} & x < 0 \end{cases}$$

è continua e derivabile in $x = 0$.

3) Utilizzando le operazioni sui grafici di funzione, disegnare la curva $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{|x-1|}$. Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva in $[1, 3]$.

4) Data la forma differenziale

$$\omega = \left(\frac{y^2 \ln x}{2x} + x\right) dx + \left(\frac{y \ln^2 x}{2} + 3y^2\right) dy,$$

stabilire se è esatta nel suo insieme di definizione e in caso affermativo determinarne le primitive. Siano $A(1,0)$, $B(e,0)$, $C(e,1)$, $D(1,1)$. Calcolare $\int_\gamma \omega$, dove γ è la spezzata orientata nel verso da A a D, costituita dai segmenti AB, BC e CD.

5) Risolvere il seguente problema ai limiti:

$$\begin{cases} y'' - 5y' + 6y = e^x + 1 \\ y(0) = \frac{1}{6} \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

Stabilire se la soluzione è limitata nel suo insieme di definizione.

6) Dimostrare il teorema di unicità del limite per le successioni.
Dare la definizione di funzione continua per funzioni di più variabili.

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

10/01/2014

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

Testo B

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(2^x - 1)^k}{3^{k+1}}.$$

2) Stabilire per quali valori dei parametri $\alpha > 0$ e $\beta \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2x-\beta} & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ \int_0^x \frac{1}{\sqrt{3|t|^\alpha + 9}}\, dt & x > 0 \end{cases}$$

è continua e derivabile in $x = 0$.

3) Utilizzando le operazioni sui grafici di funzione, disegnare la curva $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x-1|}$. Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva in $[0, 1]$.

4) Data la forma differenziale

$$\omega = \left(\frac{y^2 e^{\sqrt{x}}}{4\sqrt{x}} + 2x \right) dx + \left(y e^{\sqrt{x}} + y^2 \right) dy,$$

stabilire se è esatta nel suo insieme di definizione e in caso affermativo determinarne le primitive. Siano $A(1, 0)$, $B(1, 1)$, $C(4, 1)$, $D(4, 0)$. Calcolare $\int_\gamma \omega$, dove γ è la spezzata orientata nel verso da A a D, costituita dai segmenti AB, BC e CD.

5) Risolvere il seguente problema ai limiti:

$$\begin{cases} y'' - 5y' + 4y = \cos x + 1 \\ y(0) = \frac{3}{20} \\ y(\frac{\pi}{2}) = \frac{13}{20} \end{cases}$$

Stabilire se la soluzione è limitata nel suo insieme di definizione.

6) Dimostrare il teorema di Torricelli-Barrow.
Dare la definizione di funzione differenziabile per funzioni di più variabili.

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

10/01/2014

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

Testo C

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(e^x - 2)^k}{2^{k+1}}.$$

2) Stabilire per quali valori dei parametri $\alpha > 0$ e $\beta \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{1-\frac{\beta}{2x}} & x < 0 \\ 0 & x = 0 \\ \int_0^x \sqrt{4 + |t|^\alpha}\, dt & x > 0 \end{cases}$$

è continua e derivabile in $x = 0$.

3) Utilizzando le operazioni sui grafici di funzione, disegnare la curva $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{|x-1|}$. Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva in $[0, 1]$.

4) Data la forma differenziale

$$\omega = \left(\frac{x \ln^2 y}{2} + 1\right) dx + \left(\frac{x^2 \ln y}{2y} + y\right) dy,$$

stabilire se è esatta nel suo insieme di definizione e in caso affermativo determinarne le primitive. Siano $A(0, 1)$, $B(0, e)$, $C(1, e)$, $D(1, 1)$. Calcolare $\int_\gamma \omega$, dove γ è la spezzata orientata nel verso da A a D, costituita dai segmenti AB, BC e CD.

5) Risolvere il seguente problema ai limiti:

$$\begin{cases} y'' - 5y' + 6y = 2e^x + 2 \\ y(0) = \frac{1}{3} \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

Stabilire se la soluzione è limitata nel suo insieme di definizione.

6) Dare la definizione di integrale generale per un'equazione differenziale del II ordine. Dimostrare il teorema sulla struttura dell'integrale generale di un'equazione differenziale lineare del II ordine. Dare la definizione di funzione continua per una funzione di una variabile.

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

10/01/2014

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

Testo D

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Studiare al variare di $x \in \mathbb{R}$ il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(2^x - 2)^k}{3^{k+1}}.$$

2) Stabilire per quali valori dei parametri $\alpha > 0$ e $\beta \in \mathbb{R}$ la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \int_0^x \frac{1}{\sqrt{4+2|t|^\alpha}}\, dt & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ \frac{2x}{2x-\beta} & x < 0 \end{cases}$$

è continua e derivabile in $x = 0$.

3) Utilizzando le operazioni sui grafici di funzione, disegnare la curva $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x-1|}$. Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva in $[1, 2]$.

4) Data la forma differenziale

$$\omega = \left(xe^{\sqrt{y}} + 2x\right) dx + \left(\frac{x^2 e^{\sqrt{y}}}{4\sqrt{y}} + 1\right) dy,$$

stabilire se è esatta nel suo insieme di definizione e in caso affermativo determinarne le primitive. Siano $A(0, 1)$, $B(1, 1)$, $C(1, 4)$, $D(0, 4)$. Calcolare $\int_\gamma \omega$, dove γ è la spezzata orientata nel verso da A a D, costituita dai segmenti AB, BC e CD.

5) Risolvere il seguente problema ai limiti:

$$\begin{cases} y'' - 5y' + 4y = 2\cos x + 2 \\ y(0) = \frac{3}{10} \\ y(\frac{\pi}{2}) = \frac{13}{10} \end{cases}$$

Stabilire se la soluzione è limitata nel suo insieme di definizione.

6) Dare la definizione di primitiva di una funzione. Dimostrare il teorema sulle derivate localmente limitate. Esempi e controesempi.