

ANALISI MATEMATICA
ING. CIVILE 12 CFU

10/06/2016

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

Cognome Nome

Matricola Anno di corso

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{\frac{x^2+y^2}{x}} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$$

studiare al variare di $a \in \mathbb{R}$ la continuità in $(0, 0)$. Posto $a = 1$, studiare per quali direzioni \mathbf{r} esiste la derivata direzionale di f in $(0, 0)$.

2) Data la funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^t - e^{2t}}{1 + e^{2t}} dt$$

determinare il suo insieme di definizione, l'insieme dove è di classe C^1 e gli intervalli di monotonia. Determinare inoltre gli eventuali asintoti orizzontali, verticali o obliqui.

3) Calcolare l'integrale

$$\iint_D \frac{1}{2}(x-1)\sqrt{y} \, dx \, dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : (x-1)^2 + y^2 \leq 1; y \geq 0; y \geq x-1\}$.

4) Determinare l'integrale generale della seguente equazione differenziale al variare di $\beta \in \mathbb{R}$:

$$y'' + \beta y' = e^x + 1.$$

Stabilire se ci sono soluzioni limitate in \mathbb{R} .

5) Dare la definizione di limite in un punto al finito per una funzione di due variabili. Dimostrare che se una funzione f di due variabili è differenziabile in un punto (x_0, y_0) allora è ivi continua. È vero il viceversa? Dare delle condizioni sufficienti che garantiscano la differenziabilità.