

# ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE 12 CFU

12/06/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

## Testo A

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$f(x, y) = \sqrt{\ln(xy^2)}$$

determinare l'insieme di definizione, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Determinare inoltre le derivate direzionali di  $f$  nel punto  $P(1, 2)$  e l'equazione del piano tangente al grafico di  $f$  in  $P$ .

2) Determinare, se esistono, le soluzioni dell'equazione complessa

$$2(\operatorname{Im} z)^2 - |z - 2|^2 + (3\bar{z} - z)^2 = 0$$

tali che  $\operatorname{Im} z = 0$  e  $\operatorname{Re} z < 0$ .

3) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_D x^2 e^{4x^2+4y^2-4} dx dy$$

dove  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq |x|\}$ .

4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = e^x \sqrt{1 - y^2} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

5) Dare la definizione di forma differenziale lineare. Dimostrare che ogni forma esatta è anche chiusa. Sotto quali altre ipotesi vale il viceversa?