

# ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

05/06/2014

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

## Testo A

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Calcolare il seguente integrale al variare di  $a \in \mathbb{R}$ :

$$\int_0^2 \frac{dx}{2 + a^2 - x}.$$

- 2) Studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}$  il carattere della serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{3^k}{\pi^k \sqrt{k+1}} \left( \arcsin \left( \frac{1}{x} \right) \right)^k.$$

- 3) Stabilire se la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\arctan(x^2 y^3)}{(x^2 + y^2)^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è continua, derivabile e differenziabile nell'origine. Stabilire inoltre per quali direzioni esistono le derivate direzionali nell'origine.

- 4) Dato il campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y) = \left( 1 - \frac{e^x}{\sqrt{y - (e^x - 1)}}; \frac{1}{\sqrt{y - (e^x - 1)}} \right),$$

stabilire se è conservativo nel suo insieme di definizione. Calcolare inoltre il lavoro lungo la curva  $\gamma$  definita da  $\gamma(t) = (\cos t, 2 + \sin t)$ , con  $t \in [\frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi]$ .

- 5) Data l'equazione differenziale

$$y''' - y' = 1$$

determinare il suo integrale generale. Stabilire se esistono soluzioni  $y = y(x)$  tali che  $\int_0^{+\infty} y(x) dx$  sia convergente.

- 6) Dimostrare il teorema sulle derivate localmente limitate.

# ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

05/06/2014

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

## Testo B

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Calcolare il seguente integrale al variare di  $a \in \mathbb{R}$ :

$$\int_0^1 \frac{dx}{(1+a^2-x)^3}.$$

- 2) Studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}$  il carattere della serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} \frac{4^k}{\pi^k} \left( \arcsin \left( \frac{\sqrt{2}}{x} \right) \right)^k \frac{1}{\sqrt{k+2}}.$$

- 3) Stabilire se la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 \sin(x^3 y^2)}{(x^2 + y^2)^3} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

è continua, derivabile e differenziabile nell'origine. Stabilire inoltre per quali direzioni esistono le derivate direzionali nell'origine.

- 4) Dato il campo vettoriale

$$\vec{F}(x, y) = \left( -\frac{3x^2}{\sqrt{y - (x^3 - 1)}}; 1 + \frac{1}{\sqrt{y - (x^3 - 1)}} \right),$$

stabilire se è conservativo nel suo insieme di definizione. Calcolare inoltre il lavoro lungo la curva  $\gamma$  definita da  $\gamma(t) = (\cos t, 1 + \sin t)$ , con  $t \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ .

- 5) Data l'equazione differenziale

$$y''' - 4y' = 1$$

determinare il suo integrale generale. Stabilire se esistono soluzioni  $y = y(x)$  tali che  $\int_0^{+\infty} y(x) dx$  sia convergente.

- 6) Dare la definizione di equazione differenziale lineare. Dimostrare il teorema sulla struttura dell'integrale generale per equazioni differenziali lineari.