ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE 12 CFU

06/02/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V.Regis Durante

Testo A

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x (e^{t^2}-1-t^2)\,dt}{2x^\alpha} & x > 0 \\ a & x = 0 \\ 1-\cos(|x|^\beta) & x < 0 \end{cases}$$

determinare al variare dei parametri $\alpha, a, \beta \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità di f in $x = 0$.

2) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_D |x|y\,dxdy$$

dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x^2+y^2 \geqslant 2; \; x^2+(y-1)^2 \leqslant 1\}$.

3) Date le funzioni

$$f(x) = e^{1/x^2} - 2 + e^{1/\sqrt{x}}$$

$$g(x) = 1 - \cos\left(\frac{1}{x}\right)$$

verificare che sono infinitesime per $x \to +\infty$ e, utilizzando gli sviluppi di Taylor, confrontare tra loro gli infinitesimi.

4) Risolvere il seguente problema ai limiti:

$$\begin{cases} y'' - 1 = e^x \\ y(0) = y(1) = 0 \end{cases}$$

Stabilire se la soluzione $y = y(x)$ ammette asintoti obliqui nel suo insieme di definizione.

5) Dare la defnizione di funzione continua. Enunciare e dimostrare il teorema sulle derivate localmente limitate.

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE 12 CFU

06/02/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V.Regis Durante

Testo B

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1 Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^{x-3}(\operatorname{sen} t - t)\,dt}{2(x-3)^\alpha} & x > 3 \\ a & x = 3 \\ \ln(1+|x-3|^\beta) & x < 3 \end{cases}$$

determinare al variare dei parametri $\alpha, a, \beta \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità di f in $x = 3$.

2) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_D |x|y\,dxdy$$

dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ y \geqslant \frac{3}{2} - \frac{1}{2}x^2; \ x^2 + (y-1)^2 \leqslant 1\}$.

3) Date le funzioni

$$f(x) = \operatorname{sen} x^2 - x^2 + \ln(1+x^5)$$

$$g(x) = e^{x^4} - 1 - x^4$$

verificare che sono infinitesime per $x \to 0$ e, utilizzando gli sviluppi di Taylor, confrontare tra loro gli infinitesimi.

4) Risolvere il seguente problema ai limiti:

$$\begin{cases} y'' - 3 = x \\ y(0) = y(1) = 0 \end{cases}$$

Indicata con $y = y(x)$ la soluzione, studiare $\int_3^{+\infty} y(x)\,dx$.

5) Dare la definizione di funzione differenziabile per funzioni di piu' variabili. Enunciare e dimostare il criterio di differenziabilità.

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE 12 CFU

06/02/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V.Regis Durante

Testo C

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^{x-1}(e^{t^2}-1-t^2)\,dt}{2(x-1)^\alpha} & x > 1 \\ a & x = 1 \\ 1-\cos(|x-1|^\beta) & x < 1 \end{cases}$$

determinare al variare dei parametri $\alpha, a, \beta \in \mathbb{R}$ la continuita e la derivabilità di f in $x = 1$.

2) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_D |x|y\,dxdy$$

dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x^2+y^2 \leqslant 1; \; x^2+(y+1)^2 \leqslant 2\}$.

3) Date le funzioni

$$f(x) = e^{1/x^3} - 2 + e^{1/x}$$

$$g(x) = \ln\left(1+\frac{1}{x^5}\right) - \frac{1}{x^5}$$

verificare che sono infinitesime per $x \to +\infty$ e, utilizzando gli sviluppi di Taylor, confrontare tra loro gli infinitesimi.

4) Risolvere il seguente problema ai limiti:

$$\begin{cases} y'' - 4 = e^x \\ y(0) = y(2) = 0 \end{cases}$$

Stabilire se la soluzione $y = y(x)$ ammette asintoti obliqui nel suo insieme di definizione.

5) Dare la definizione di dominio regolare. Enunciare e dimostrare il teorema della divergenza nel piano.

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE 12 CFU

06/02/2015

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi - Prof. V.Regis Durante

<u>Testo D</u>

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1 Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^{x-4} (\operatorname{sen} t - t)\, dt}{2(x-4)^\alpha} & x > 4 \\ a & x = 4 \\ \ln(1 + |x-4|^\beta) & x < 4 \end{cases}$$

determinare al variare dei parametri $\alpha, a, \beta \in \mathbb{R}$ la continuità e la derivabilità di f in $x = 4$.

2) Calcolare il seguente integrale doppio:

$$\iint_D |x|y\, dxdy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 :\ y \geqslant \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2};\ x^2 + (y + 1)^2 \leqslant 1\}$.

3) Date le funzioni

$$f(x) = e^{x^2} - 1 - x^2 + \operatorname{sen} x^5$$

$$g(x) = \ln(1 + x^4) - x^4$$

verificare che sono infinitesime per $x \to 0$ e, utilizzando gli sviluppi di Taylor, confrontare tra loro gli infinitesimi.

4) Risolvere il seguente problema ai limiti:

$$\begin{cases} y'' - 6 = x \\ y(0) = y(1) = 0 \end{cases}$$

Indicata con $y = y(x)$ la soluzione, studiare $\int_1^{+\infty} y(x)\, dx$.

5) Dare la definizione di forma differenziale lineare, esatta e chiusa. Dimostare che ogni forma esatta è chiusa. È vero il viceversa?