

# ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

07/11/2014

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa S. Marconi

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva di equazione  $y = x \ln x - 2x$  nell'intervallo  $[e, e^2]$ .

- 2) Data la funzione

$$f(x) = x^2 + e^{2x}$$

stabilire se è invertibile in  $\mathbb{R}^+$ . Detta  $x = g(y)$  la sua inversa, calcolare, se esiste,  $g'(y_0)$  con  $y_0 = 1 + e^2$ .

- 3) Data la funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^{y^3} - 1}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

studiare continuità, derivabilità parziale e differenziabilità in  $(0, 0)$ . Dire se per qualche direzione  $\hat{r}$  esiste  $f_{\hat{r}}(0, 0)$ .

- 4) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{\cos y \ln x}{x \sin(2y)} \\ y\left(\frac{1}{e}\right) = \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

- 5) Dare la definizione di massimo e minimo relativo e assoluto per una funzione di una variabile.

Dimostrare che ogni forma differenziale esatta in un campo connesso è chiusa.