

ANALISI MATEMATICA

ING. CIVILE

03/03/2011

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

Testo A

Cognome Nome

Matricola

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{1 + xe^x}$$

stabilire se è invertibile nell'intervallo $[0, +\infty)$. In caso affermativo, indicata con $x = g(y)$ la sua inversa, stabilire se $g(y)$ è derivabile e calcolare $g'(1)$.

2) Calcolare, se possibile, il seguente integrale

$$\int_0^1 \frac{3 - 2x}{1 - x^2} dx$$

3) Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{e^{(x^2+y^2)^2} - 1 - (x^2 + y^2)^2}{(x^2 + y^2)^\alpha}$$

determinare il suo insieme di definizione, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}^+$ la funzione è prolungabile per continuità nell'origine.

4) Dato il campo vettoriale

$$\vec{G}(x, y) = \left(\frac{2x}{1 + (x^2 + y^2)^2}; \frac{2y}{1 + (x^2 + y^2)^2} \right)$$

stabilire se è conservativo. In caso affermativo determinare il potenziale $U(x, y)$ tale che $U(0, 0) = 0$. Calcolare inoltre

$$\int_{+\gamma} \vec{G} \cdot \vec{\tau} ds$$

dove γ è l'arco di curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = t^2 \end{cases} \quad t \in [0, 1]$$

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (2x + e^{\frac{\pi}{4}}) \frac{\sqrt{1-y^2}}{e^{\arcsin y}} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

ANALISI MATEMATICA

ING. CIVILE

03/03/2011

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

Testo B

Cognome Nome

Matricola

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{1 + x \arctan x}$$

stabilire se è invertibile nell'intervallo $[\frac{1}{2}, +\infty)$. In caso affermativo, indicata con $x = g(y)$ la sua inversa, stabilire se $g(y)$ è derivabile e calcolare $g'(\frac{1}{1+\frac{\pi}{4}})$.

2) Calcolare, se possibile, il seguente integrale

$$\int_0^2 \frac{x+1}{4-x^2} dx$$

3) Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)^2 - \frac{1}{2}(x^2 + y^2)^4}{(x^2 + y^2)^\alpha}$$

determinare il suo insieme di definizione, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}^+$ la funzione è prolungabile per continuità nell'origine.

4) Dato il campo vettoriale

$$\vec{G}(x, y) = \left(\frac{2x e^{\arctan(x^2+y^2)}}{1 + (x^2 + y^2)^2}; \frac{2y e^{\arctan(x^2+y^2)}}{1 + (x^2 + y^2)^2} \right)$$

stabilire se è conservativo. In caso affermativo determinare il potenziale $U(x, y)$ tale che $U(0, 0) = 0$. Calcolare inoltre

$$\int_{+\gamma} \vec{G} \cdot \vec{\tau} ds$$

dove γ è l'arco di curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = t^3 \end{cases} \quad t \in [0, 1]$$

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (2e^2x + e) \frac{\sqrt{y-1}}{e^{\sqrt{y-1}}} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

ANALISI MATEMATICA

ING. CIVILE

03/03/2011

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

Testo C

Cognome Nome

Matricola

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{1 + (x-1)e^{(x-1)}}$$

stabilire se è invertibile nell'intervallo $[1, +\infty)$. In caso affermativo, indicata con $x = g(y)$ la sua inversa, stabilire se $g(y)$ è derivabile e calcolare $g'(1)$.

2) Calcolare, se possibile, il seguente integrale

$$\int_{-1}^0 \frac{1-2x}{1-x^2} dx$$

3) Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{e^{[(x-1)^2 + (y-1)^2]^2} - 1 - [(x-1)^2 + (y-1)^2]^2}{[(x-1)^2 + (y-1)^2]^\alpha}$$

determinare il suo insieme di definizione, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}^+$ la funzione è prolungabile per continuità nel punto $(1, 1)$.

4) Dato il campo vettoriale

$$\vec{G}(x, y) = \left(\frac{2x e^{(x^2+y^2)}}{1 + e^{2(x^2+y^2)}}; \frac{2y e^{(x^2+y^2)}}{1 + e^{2(x^2+y^2)}} \right)$$

stabilire se è conservativo. In caso affermativo determinare il potenziale $U(x, y)$ tale che $U(0, 0) = 0$. Calcolare inoltre

$$\int_{+\gamma} \vec{G} \cdot \vec{\tau} ds$$

dove γ è l'arco di curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = -t^2 \end{cases} \quad t \in [0, 1]$$

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (\pi - 2\pi^2 x) \frac{\sqrt{1-y^2}}{e^{\arccos y}} \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

ANALISI MATEMATICA

ING. CIVILE

03/03/2011

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

Testo D

Cognome Nome

Matricola

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x) = \frac{1}{1 + (x-1) \arctan(x-1)}$$

stabilire se è invertibile nell'intervallo $[\frac{3}{2}, +\infty)$. In caso affermativo, indicata con $x = g(y)$ la sua inversa, stabilire se $g(y)$ è derivabile e calcolare $g'(\frac{1}{1+\frac{\pi}{4}})$.

2) Calcolare, se possibile, il seguente integrale

$$\int_{-2}^0 \frac{2-3x}{4-x^2} dx$$

3) Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{1 - \cos[(x-1)^2 + (y-1)^2] - \frac{1}{2}[(x-1)^2 + (y-1)^2]^4}{[(x-1)^2 + (y-1)^2]^\alpha}$$

determinare il suo insieme di definizione, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}^+$ la funzione è prolungabile per continuità nel punto $(1, 1)$.

4) Dato il campo vettoriale

$$\vec{G}(x, y) = \left(\frac{y e^{\arctan(xy)}}{1+x^2y^2}; \frac{x e^{\arctan(xy)}}{1+x^2y^2} \right)$$

stabilire se è conservativo. In caso affermativo determinare il potenziale $U(x, y)$ tale che $U(0, 0) = 0$. Calcolare inoltre

$$\int_{+\gamma} \vec{G} \cdot \vec{\tau} ds$$

dove γ è l'arco di curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x(t) = t \\ y(t) = -t^3 \end{cases} \quad t \in [0, 1]$$

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (4e^2x + 3e) \frac{\sqrt{y+1}}{e^{\sqrt{y+1}}} \\ y(0) = -1 \end{cases}$$