ANALISI MATEMATICA (12 crediti)
Ingegneria Civile
05/07/2010
Prof.ssa M. Chiricotto - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

<u>Testo A</u>

Cognome .... Nome...

Matricola......................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1)Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{e^{(x^2+y^2)} - 1}{(x^2+y^2)^\alpha}$$

determinare il suo insieme di definizione, stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}^+$ è prolungabile per continuità in $(0,0)$. Indicata con $\tilde{f}$ la sua prolungata, sia $\alpha \in (0,1)$, stabilire per quali direzioni $\vec{r}$ ammette derivata direzionale in $(0,0)$.

2) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva $y = |log(1+x)| - 1$ relativamente all'intervallo $[0, e-1]$

3)Data la funzione $y = e^{-(x-1)} + \arctan(e^{x-1})$ stabilire se è invertibile nell'intervallo $(0,+\infty)$. In caso affermativo, indicata con $x = g(y)$ la sua inversa, stabilire se $g(y)$ è derivabile e calcolare $g'(\frac{\pi}{4}+1)$.

4)Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = (e^{-x}\sin(y); -e^{-x}\cos(y))$$

stabilire se è conservativo. In caso affermativo determinare il potenziale $U(x;y)$ tale che $U(0;0) = 0$. Calcolare inoltre

$$\int_{+\partial D} \mathbf{rot}(\mathbf{F}) \cdot \mathbf{n}\, ds$$

dove D è il cerchio di centro l'origine e raggio 1.

5) Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y'' - y = 3e^{2x} - 1\,.$$

Determinare inoltre le eventuali soluzioni che ammettono asintoto orizzontale per x che tende a $-\infty$.

ANALISI MATEMATICA (12 crediti)
Ingegneria Civile
05/07/2010
Prof.ssa M. Chiricotto - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

Testo B

Cognome .... Nome...

Matricola......................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{log(1+x^2+y^2)}{(x^2+y^2)^\alpha}$$

determinare il suo insieme di definizione, stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}^+$ è prolungabile per continuità in $(0,0)$. Indicata con $\tilde{f}$ la sua prolungata, sia $\alpha \in (0,1)$, stabilire per quali direzioni $\vec{r}$ ammette derivata direzionale in $(0,0)$.

2) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva $y = |\arctan(x)| - \frac{\pi}{4}$ relativamente all'intervallo $[0,1]$

3)Data la funzione $y = (1+(x-1)^2)e^{\arctan(x-1)}$ stabilire se è invertibile nell'intervallo $(\frac{1}{2}, +\infty)$. In caso affermativo, indicata con $x = g(y)$ la sua inversa, stabilire se $g(y)$ è derivabile e calcolare $g'(1)$.

4) Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = \Big(-e^{-x}\cos\Big(\frac{\pi}{2} - y\Big); e^{-x}\sin\Big(\frac{\pi}{2} - y\Big)\Big)$$

stabilire se è conservativo. In caso affermativo determinare il potenziale $U(x;y)$ tale che $U(0;0) = 0$. Calcolare inoltre

$$\int_{+\partial D} \mathbf{rot}(\mathbf{F}) \cdot \mathbf{n}\, ds$$

dove D è il cerchio di centro l'origine e raggio 2.

5) Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y'' - y' - 2y = 4e^{-2x} - 2\,.$$

Determinare inoltre le eventuali soluzioni che ammettono asintoto orizzontale per x che tende a $+\infty$.

ANALISI MATEMATICA (12 crediti)
Ingegneria Civile
05/07/2010
Prof.ssa M. Chiricotto - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

<u>Testo C</u>

Cognome .... Nome...

Matricola......................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1)Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{e^{((x-2)^2+(y-2)^2)} - 1}{((x-2)^2+(y-2)^2)^\alpha}$$

determinare il suo insieme di definizione, stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}^+$ è prolungabile per continuità in $(2,2)$. Indicata con $\tilde{f}$ la sua prolungata, sia $\alpha \in (0,1)$, stabilire per quali direzioni $\vec{r}$ ammette derivata direzionale in $(2,2)$.

2) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva $y = |log(1+x)| - 1$ relativamente all'intervallo $[\frac{1}{e} - 1, 0]$

3)Data la funzione $y = e^{-x} + \arctan(e^x)$ stabilire se è invertibile nell'intervallo $(0,+\infty)$. In caso affermativo, indicata con $x = g(y)$ la sua inversa, stabilire se $g(y)$ è derivabile e calcolare $g'(\frac{\pi}{4} + 1)$.

4)Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = (e^{1-x}\sin(y); -e^{1-x}\cos(y))$$

stabilire se è conservativo. In caso affermativo determinare il potenziale $U(x;y)$ tale che $U(1;0) = 0$. Calcolare inoltre

$$\int_{+\partial D} \mathbf{rot}(\mathbf{F}) \cdot \mathbf{n}\, ds$$

dove D è il cerchio avente come centro il punto $(1;0)$ e raggio 1.

5) Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y'' - 4y = 5e^{3x} - 4\,.$$

Determinare inoltre le eventuali soluzioni che ammettono asintoto orizzontale per x che tende a $-\infty$.

ANALISI MATEMATICA (12 crediti)
Ingegneria Civile
05/07/2010
Prof.ssa M. Chiricotto - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

Testo D

Cognome .... Nome...

Matricola......................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Sia $\alpha \in \mathbb{R}^+$. Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{log(1+(x-1)^2+(y-1)^2)}{((x-1)^2+(y-1)^2)^\alpha}$$

determinare il suo insieme di definizione, stabilire per quali $\alpha \in \mathbb{R}^+$ è prolungabile per continuità in $(1,1)$. Indicata con $\tilde{f}$ la sua prolungata, sia $\alpha \in (0,1)$, stabilire per quali direzioni $\vec{r}$ ammette derivata direzionale in $(1,1)$.

2)Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva $y = |\arctan(x)| - \frac{\pi}{4}$ relativamente all'intervallo $[-1,0]$

3)Data la funzione $y = (1+x^2)e^{\arctan(x)}$ stabilire se è invertibile nell'intervallo $(-\frac{1}{2}, +\infty)$. In caso affermativo, indicata con $x = g(y)$ la sua inversa, stabilire se $g(y)$ è derivabile e calcolare $g'(1)$.

4)Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = \Big(-e^{1-x}\cos\Big(\frac{\pi}{2}-y\Big); e^{1-x}\sin\Big(\frac{\pi}{2}-y\Big)\Big)$$

stabilire se è conservativo. In caso affermativo determinare il potenziale $U(x;y)$ tale che $U(1;0) = 0$. Calcolare inoltre

$$\int_{+\partial D} \mathbf{rot}(\mathbf{F}) \cdot \mathbf{n}\, ds$$

dove D è il cerchio avente come centro il punto $(1;0)$ e raggio 2.

5) Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y'' - 2y' - 3y = 5e^{-2x} - 3\,.$$

Determinare inoltre le eventuali soluzioni che ammettono asintoto orizzontale per x che tende a $+\infty$.