

# ANALISI MATEMATICA

ING. CIVILE

13/01/2012

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

## Testo A

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{\sqrt{|1+t|}}{\sqrt{|3-t|}} dt - 2\sqrt{x}$$

determinare l'insieme di definizione, l'insieme di derivabilità e gli intervalli di monotonia. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di  $y = F(x)$  nel punto di ascissa  $x_0 = 1$ .

2) Studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}$  il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(2^x - 3)^k x}{k}.$$

3) Data la funzione  $f(x) = \log_2(x + x^3) + x$  determinare il suo insieme di definizione. Stabilire se per  $x > 0$  è invertibile; in caso affermativo detta  $x = g(y)$  la sua inversa, calcolare se possibile  $g'(y_0)$  ove  $y_0 = 2$ .

4) Calcolare

$$\iint_D (|\sqrt{3}x - y| - \sqrt{3}x) dx dy$$

dove  $D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1; y \geq \frac{x}{2} - \frac{|x|}{2} \right\}$ .

5) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y'' - y + 3 = x.$$

Stabilire se ci sono soluzioni che ammettono asintoto obliquo per  $x \rightarrow +\infty$ .

# ANALISI MATEMATICA

ING. CIVILE

13/01/2012

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

## Testo B

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{\sqrt[4]{|1+t|^3}}{\sqrt[4]{|2t-1|^3}} dt + 4\sqrt[4]{3-x}$$

determinare l'insieme di definizione, l'insieme di derivabilità e gli intervalli di monotonia. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di  $y = F(x)$  nel punto di ascissa  $x_0 = 1$ .

2) Studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}$  il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(3 - 4^{2x})^k (x - 1)}{k^2}.$$

3) Data la funzione  $f(x) = 2^{(x+x^3)} + x$  determinare il suo insieme di definizione. Stabilire se è invertibile nel suo insieme di definizione; in caso affermativo detta  $x = g(y)$  la sua inversa, calcolare se possibile  $g'(y_0)$  ove  $y_0 = 1$ .

4) Calcolare

$$\iint_D (|y + \sqrt{3}x| - y) dx dy$$

dove  $D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1; y \geq -\frac{x}{2} - \frac{|x|}{2} \right\}$ .

5) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y'' - 4y + 4 = 2x.$$

Stabilire se ci sono soluzioni che ammettono asintoto obliquo per  $x \rightarrow -\infty$ .

# ANALISI MATEMATICA

ING. CIVILE

13/01/2012

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

## Testo C

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{\sqrt{|2+t|}}{\sqrt{|1+t|}} dt + 2\sqrt{1-x}$$

determinare l'insieme di definizione, l'insieme di derivabilità e gli intervalli di monotonia. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di  $y = F(x)$  nel punto di ascissa  $x_0 = 0$ .

2) Studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}$  il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(2^{x-1} - 3)^k (x - 1)}{k}.$$

3) Data la funzione  $f(x) = 2 \log_2(x+x^3) + 2x$  determinare il suo insieme di definizione. Stabilire se è invertibile nel suo insieme di definizione; in caso affermativo detta  $x = g(y)$  la sua inversa, calcolare se possibile  $g'(y_0)$  ove  $y_0 = 4$ .

4) Calcolare

$$\iint_D \left( \left| y + \frac{\sqrt{3}}{3} x \right| - y \right) dx dy$$

dove  $D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1; y \geq -\frac{|x|}{2} + \frac{x}{2} \right\}$ .

5) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$2y'' - 2y + 6 = 2x.$$

Stabilire se ci sono soluzioni che ammettono asintoto obliquo per  $x \rightarrow +\infty$ .

# ANALISI MATEMATICA

ING. CIVILE

13/01/2012

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

## Testo D

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$F(x) = \int_1^x \frac{\sqrt[4]{|1+2t|^3}}{\sqrt[4]{|2-t|^3}} dt - 4\sqrt[4]{x}$$

determinare l'insieme di definizione, l'insieme di derivabilità e gli intervalli di monotonia. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di  $y = F(x)$  nel punto di ascissa  $x_0 = 1$ .

2) Studiare al variare di  $x \in \mathbb{R}$  il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(3 - 4^{2x-2})^k (x - 2)}{k^2}.$$

3) Data la funzione  $f(x) = 3^{(x+x^3)} + x$  determinare il suo insieme di definizione. Stabilire se è invertibile nel suo insieme di definizione; in caso affermativo detta  $x = g(y)$  la sua inversa, calcolare se possibile  $g'(y_0)$  ove  $y_0 = 1$ .

4) Calcolare

$$\iint_D \left( \left| y - \frac{\sqrt{3}}{3} x \right| + \frac{\sqrt{3}}{3} x \right) dx dy$$

dove  $D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1; y \geq -\frac{|x|}{2} - \frac{x}{2} \right\}$ .

5) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$2y'' - 8y + 8 = 4x.$$

Stabilire se ci sono soluzioni che ammettono asintoto obliquo per  $x \rightarrow -\infty$ .