

**ANALISI MATEMATICA**  
**ING. CIVILE**  
**18/11/2011**

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Studiare al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}^+$ ,  $\beta \in \mathbb{R}$  la continuità e la derivabilità nel suo insieme di definizione della funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{arctg}(x-1)}{(x-1)^\alpha} & x > 1 \\ \beta & x = 1 \\ \alpha(x-1) + x & x < 1 \end{cases}$$

- 2) Date le successioni

$$a_n = \frac{1}{n^3} \arccos\left(\frac{1}{n}\right) + \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \log\left(\frac{n^2 + n}{n^2}\right) \quad \text{e} \quad b_n = \operatorname{tg}\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right),$$

stabilire se  $a_n$  è un infinitesimo di ordine superiore rispetto a  $b_n$ .

- 3) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva

$$y = \operatorname{arctg}(x-1) \quad \text{per} \quad x \in [0, 2].$$

- 4) Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\tan(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2}$$

- a) determinare e disegnare il suo campo di esistenza e stabilirne la natura topologica;
  - b) stabilire se  $f$  sia prolungabile per continuità nell'origine;
  - c) detto  $\tilde{f}$  il prolungamento per continuità di  $f$ , stabilire lungo quali direzioni  $\tilde{f}$  ammetta derivate direzionali nell'origine.
- 5) Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' - 9y = \cos(3x).$$

Determinare tutte e sole le soluzioni periodiche di tale equazione.