

**ANALISI MATEMATICA:**  
**ING. CIVILE - ING. TRASPORTI**

**1/7/2009**

Prof. G. Dell'Acqua- Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

**Testo A**

Cognome ..... Nome.....

Matricola.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x \log x & x \in (0, e] \\ -x^2 - x & x \in [-2, 0] \end{cases}$$

se ne determinino, se esistono, massimi e minimi relativi ed assoluti in  $I = [-2, e]$ . Si calcoli inoltre l'area della regione piana sottesa dalla curva in  $I$ .

2) Trovare (se esiste)  $p \in \mathbb{R}$  tale che:

$$\int_0^1 \frac{1}{x^p} dx = \frac{\pi}{2}.$$

3) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$z^2 - |\operatorname{Im}(\bar{z} - 1)| = 1.$$

4) Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{G} = (e^{-y}, -xe^{-y})$$

stabilire se è conservativo; in caso affermativo determinare il potenziale  $U(x, y)$  tale che  $U(0, 0) = 0$ . Calcolare inoltre

$$\int_{+\partial D} \mathbf{rot}(\mathbf{G}) \cdot \mathbf{n} ds$$

dove  $D$  è il cerchio di centro l'origine e raggio 2.

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{2\sqrt{y}}{1+x^2} \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

**ANALISI MATEMATICA:**  
**ING. CIVILE- ING. TRASPORTI**

**1/7/2009**

Prof. G. Dell'Acqua- Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

**Testo B**

Cognome ..... Nome.....

Matricola.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-1}{x^2+5x+6} & x \in [0, 3] \\ |x| - \frac{1}{6} & x \in [-3, 0] \end{cases}$$

se ne determinino, se esistono, massimi e minimi relativi ed assoluti in  $I = [-3, 3]$ . Si calcoli inoltre l'area della regione piana sottesa dalla curva in  $I$ .

2) Trovare (se esiste)  $p \in \mathbb{R}$  tale che:

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^p} dx = \frac{\pi}{2}.$$

3) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$\bar{z}^2 - |\operatorname{Re}(z + i)| = 1.$$

4) Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{G} = (-ye^{-x}, e^{-x})$$

stabilire se è conservativo; in caso affermativo determinare il potenziale  $U(x, y)$  tale che  $U(0, 0) = 0$ . Calcolare inoltre

$$\int_{+\partial D} \mathbf{rot}(\mathbf{G}) \cdot \mathbf{n} ds$$

dove  $D$  è il cerchio di centro l'origine e raggio 1.

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2-1}{x} \\ y(1) = 2. \end{cases}$$

**ANALISI MATEMATICA:**  
**ING. CIVILE - ING. TRASPORTI**

**1/7/2009**

Prof. G. Dell'Acqua - Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

**Testo C**

Cognome ..... Nome.....

Matricola.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -x \log x & x \in (0, e] \\ x^2 + x & x \in [-2, 0] \end{cases}$$

se ne determinino, se esistono, massimi e minimi relativi ed assoluti in  $I = [-2, e]$ . Si calcoli inoltre l'area della regione piana sottesa dalla curva in  $I$ .

2) Trovare (se esiste)  $p \in \mathbb{R}$  tale che:

$$\int_0^1 \frac{1}{x^{2p}} dx = \frac{\pi}{2}.$$

3) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$z^2 + |\operatorname{Re}(\bar{z} - i)| + 1 = 0.$$

4) Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{G} = (-ye^{1-x}, e^{1-x})$$

stabilire se è conservativo; in caso affermativo determinare il potenziale  $U(x, y)$  tale che  $U(1, 1) = 0$ . Calcolare inoltre

$$\int_{+\partial D} \operatorname{rot}(\mathbf{G}) \cdot \mathbf{n} ds$$

dove  $D$  è il cerchio di centro l'origine e raggio 3.

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{\sqrt{1-y^2}}{x} \\ y(1) = 0. \end{cases}$$

**ANALISI MATEMATICA:**  
**ING. CIVILE - ING. TRASPORTI**

**1/7/2009**

Prof. G. Dell'Acqua - Prof.ssa M. R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

**Testo D**

Cognome ..... Nome.....

Matricola.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{6} - |x| & x \in [0, 3] \\ \frac{x+1}{x^2-5x+6} & x \in [-3, 0] \end{cases}$$

se ne determinino, se esistono, massimi e minimi relativi ed assoluti in  $I = [-3, 3]$ . Si calcoli inoltre l'area della regione piana sottesa dalla curva in  $I$ .

2) Trovare (se esiste)  $p \in \mathbb{R}$  tale che:

$$\int_1^{+\infty} \frac{1}{x^{2p}} dx = \frac{\pi}{2}.$$

3) Risolvere la seguente equazione complessa:

$$3z^2 + |\operatorname{Im}(z + 2)| = 1.$$

4) Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{G} = (e^{1-y}, -xe^{1-y})$$

stabilire se è conservativo; in caso affermativo determinare il potenziale  $U(x, y)$  tale che  $U(1, 1) = 0$ . Calcolare inoltre

$$\int_{+\partial D} \mathbf{rot}(\mathbf{G}) \cdot \mathbf{n} ds$$

dove  $D$  è il cerchio di centro l'origine e raggio 1.

5) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = x(1 + y^2) \\ y(0) = 0. \end{cases}$$