

# ANALISI MATEMATICA

ING. CIVILE

27/01/2011

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

## Testo A

Cognome ..... Nome .....

Matricola .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Siano  $a, \alpha, c \in \mathbb{R}$ . Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_0^x \frac{dt}{t+1}}{x^\alpha} & x > 0 \\ a & x = 0 \\ \frac{\arcsin x}{x} + c & -1 \leq x < 0 \end{cases}$$

determinare  $a, \alpha$ , e  $c$  in modo tale che la funzione sia continua in  $x = 0$ .  
Studiare la derivabilità in  $x = 0$ , per  $\alpha < 1$ .

2) Data la funzione

$$f(x) = e^{4x} + x^{10} + \sin^4 x$$

stabilire se per  $x \rightarrow +\infty$  è un infinito di ordine superiore a

$$g(x) = x^5 \log(x^2 + 1) + 1 - \cos(e^{-x})$$

3) Studiare al variare di  $x \in [0, \pi]$  il carattere della serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} 4^k (\sin x)^{2k}$$

e calcolare la sua somma.

4) Calcolare

$$\iint_T |x - y| dx dy$$

ove  $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$ .

5) Risolvere il seguente problema ai limiti

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 4y = e^{2x} \\ y(0) = y(1) = 1 \end{cases}$$

Stabilire se la soluzione è limitata nel suo insieme di definizione.

# ANALISI MATEMATICA

ING. CIVILE

27/01/2011

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

## Testo B

Cognome ..... Nome .....

Matricola .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Siano  $a, \alpha, c \in \mathbb{R}$ . Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_1^x \frac{dt}{t^2+1}}{(x-1)^\alpha} & x > 1 \\ a & x = 1 \\ \frac{\arcsin(x-1)}{(x-1)} + c & -1 \leq x < 1 \end{cases}$$

determinare  $a, \alpha$ , e  $c$  in modo tale che la funzione sia continua in  $x = 1$ .  
Studiare la derivabilità in  $x = 1$ , per  $\alpha < 1$ .

2) Data la funzione

$$f(x) = e^{1-\cos(2x^3)} + \sqrt[3]{x^2} - 1$$

stabilire se per  $x \rightarrow 0$  è un infinitesimo di ordine superiore a

$$g(x) = \log(1 + \sin^2 x) + \sqrt[3]{x}$$

3) Studiare al variare di  $x \in [0, \pi]$  il carattere della serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} 4^k (\cos x)^{2k}$$

e calcolare la sua somma.

4) Calcolare

$$\iint_T \left| \frac{1}{\sqrt{3}} x - y \right| dx dy$$

ove  $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, y \leq 0\}$ .

5) Risolvere il seguente problema ai limiti

$$\begin{cases} y'' - 6y' + 9y = e^{3x} \\ y(0) = y(1) = 1 \end{cases}$$

Stabilire se la soluzione è limitata nel suo insieme di definizione.

# ANALISI MATEMATICA

ING. CIVILE

27/01/2011

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

## Testo C

Cognome ..... Nome .....

Matricola .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Siano  $a, \alpha, c \in \mathbb{R}$ . Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \int_1^x \frac{dt}{t+1} & x > 1 \\ a & x = 1 \\ \frac{\arctan(x-1)}{x-1} + c & x < 1 \end{cases}$$

determinare  $a, \alpha$ , e  $c$  in modo tale che la funzione sia continua in  $x = 1$ .  
Studiare la derivabilità in  $x = 1$ , per  $\alpha < 1$ .

2) Data la funzione

$$f(x) = 2^{6x} + x^4 \sqrt[3]{x} + \cos^4 x$$

stabilire se per  $x \rightarrow +\infty$  è un infinito di ordine superiore a

$$g(x) = x^7 \log(x^7 + 1) + 1 - \cos(e^{-7x})$$

3) Studiare al variare di  $x \in [1, \pi + 1]$  il carattere della serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} 4^k (\sin(x-1))^{2k}$$

e calcolare la sua somma.

4) Calcolare

$$\iint_T |x - y| \, dx \, dy$$

ove  $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0\}$ .

5) Risolvere il seguente problema ai limiti

$$\begin{cases} y'' - 8y' + 16y = e^{4x} \\ y(0) = y(1) = 1 \end{cases}$$

Stabilire se la soluzione è limitata nel suo insieme di definizione.

# ANALISI MATEMATICA

ING. CIVILE

27/01/2011

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

## Testo D

Cognome ..... Nome .....

Matricola .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Siano  $a, \alpha, c \in \mathbb{R}$ . Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\int_1^x \frac{dt}{t^2+1}}{(x-1)^\alpha} & x > 1 \\ a & x = 1 \\ \frac{\sin(x-1)}{(x-1)} + c & x < 1 \end{cases}$$

determinare  $a, \alpha$ , e  $c$  in modo tale che la funzione sia continua in  $x = 1$ .  
Studiare la derivabilità in  $x = 1$ , per  $\alpha < 1$ .

2) Data la funzione

$$f(x) = e^{1-\cos(2(x-1)^3)} + \sqrt[3]{(x-1)^2} - 1$$

stabilire se per  $x \rightarrow 1$  è un infinitesimo di ordine superiore a

$$g(x) = \log(1 + \sin^2(x-1)) + \sqrt[3]{(x-1)}$$

3) Studiare al variare di  $x \in [1, \pi + 1]$  il carattere della serie

$$\sum_{k=0}^{+\infty} 4^k (\cos(x-1))^{2k}$$

e calcolare la sua somma.

4) Calcolare

$$\iint_T \left| \frac{1}{\sqrt{3}} x - y \right| dx dy$$

ove  $T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \leq 0\}$ .

5) Risolvere il seguente problema ai limiti

$$\begin{cases} y'' - 10y' + 25y = e^{5x} \\ y(0) = y(1) = 1 \end{cases}$$

Stabilire se la soluzione è limitata nel suo insieme di definizione.