ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

05/07/2012

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

Testo A

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione
$$F(x) = \int_{\frac{3}{2}}^{x} \frac{3-|2t|}{t^2-3t-4}\,dt$$
determinare il suo insieme di definizione e un insieme A ove $F \in C^1(A)$.
Determinare i punti di massimo e di minimo relativo della funzione.
Dire se F è prolungabile per continuità per $x \to 4^-$.

2) Studiare al variare di $x \in (-e^2/2, e^2/2)$ il carattere della serie
$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(2x)^k}{(\frac{2+k}{k})^{k^2}}$$

3) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva $y = \frac{\ln(\ln(x-1))}{(x-1)}$ nell'intervallo $[3, 5]$.

4) Data la forma differenziale
$$\omega = \arctan y\,dx + \frac{x}{1+y^2}\,dy$$
determinare il suo insieme di definizione E. Dire se è esatta in E; in caso affermativo determinare la primitiva $F(x, y)$ che vale 0 in $(0, 0)$.
Calcolare $\int_{+\gamma} \omega$ ove γ è la curva di equazioni parametriche
$$\begin{cases} x = t \\ y = t^2 \end{cases} \qquad t \in [0, 1].$$
Determinare, senza fare i conti, $\int_{+\hat{\gamma}} \omega$ ove $\hat{\gamma}$ e' la curva di equazioni parametriche
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}\,t \\ y = \frac{1}{2}\,t \end{cases} \qquad t \in [0, 2]$$
giustificando la risposta.

5) Determinare al variare del parametro reale $k \in \mathbb{R}$ la soluzione del seguente problema ai limiti:
$$\begin{cases} y'' + 4y = 8kx \\ y(0) = 0 \\ y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$
Stabilire per quali valori di k la soluzione è una retta.

ANALISI MATEMATICA - ING. CIVILE

05/07/2012

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

Testo B

Cognome .... Nome ....

Matricola .... Anno di corso ....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$F(x) = \int_{\frac{1}{2}}^{x} \frac{1-2|t|}{t^2-t-2}\, dt$$

determinare il suo insieme di definizione e un insieme A ove $F \in C^1(A)$.
Determinare i punti di massimo e di minimo relativo della funzione.
Dire se F è prolungabile per continuità per $x \to 2^-$.

2) Studiare al variare di $x \in (-e^3/3, e^3/3)$ il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{(3x)^k}{(\frac{3+k}{k})^{k^2}}$$

3) Calcolare l'area della regione piana sottesa dalla curva $y = \frac{\ln(\ln(x-2))}{(x-2)}$ nell'intervallo $[4, 6]$.

4) Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{2xy}{1+x^4}\, dx + \arctan x^2\, dy$$

determinare il suo insieme di definizione E. Dire se è esatta in E; in caso affermativo determinare la primitiva $F(x, y)$ che vale 0 in $(0, 0)$. Calcolare $\int_{+\gamma} \omega$ ove γ è la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = t \\ y = t^2 \end{cases} \qquad t \in [0, 2].$$

Determinare, senza fare i conti, $\int_{+\hat{\gamma}} \omega$ ove $\hat{\gamma}$ è la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = t \\ y = 2t \end{cases} \qquad t \in [0, 2]$$

giustificando la risposta.

5) Determinare al variare del parametro reale $k \in \mathbb{R}$ la soluzione del seguente problema ai limiti:

$$\begin{cases} y'' + 9y = 27kx \\ y(0) = 0 \\ y\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Stabilire per quali valori di k la soluzione è una retta.