

ANALISI MATEMATICA II

(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)

13/01/2009

Prof. G. Dell'Acqua - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

Testo A

Cognome Nome.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

Es 1. Calcolare l'integrale

$$I_r = \int \int_{C_r} \arctan \left(\frac{1}{x^2 + y^2} \right) dx dy,$$

essendo

$$C_r = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : |y| \leq |x|, r^2 \leq x^2 + y^2 \leq 1 \}, r \in (0, 1).$$

Verificare inoltre che

$$\lim_{r \rightarrow 0} I_r = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\pi}{4} + \log \sqrt{2} \right).$$

Es 2. Determinare l'unica soluzione del problema

$$\begin{cases} y'' + y = xe^x \\ y(0) = 0, y'(0) = 1. \end{cases}$$

Dire inoltre se è limitata in \mathbb{R} .

Es 3. Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\tan(x^2 + y^2)^\alpha}{x^2 + y^2}, \alpha \in \mathbb{R},$$

determinarne il campo di esistenza $E_\alpha(f)$ al variare di α , disegnarlo per $\alpha = 1$ e $\alpha = -1$, stabilirne la natura topologica. Dire inoltre per quali $\alpha \in \mathbb{R}^+$, f è prolungabile per continuità nell'origine. Detto g tale prolungamento, studiare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, la derivabilità parziale di g nell'origine.

ANALISI MATEMATICA II

(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)

13/01/2009

Prof. G. Dell'Acqua - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

Testo B

Cognome Nome.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

Es 1. Calcolare l'integrale

$$I_r = \int \int_{C_r} \arctan \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) dx dy,$$

essendo

$$C_r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{3}|y| \leq |x|, r^2 \leq x^2 + y^2 \leq 1 \right\}, r \in (0, 1).$$

Verificare inoltre che

$$\lim_{r \rightarrow 0} I_r = \frac{\pi}{3}.$$

Es 2. Determinare l'unica soluzione del problema

$$\begin{cases} y'' + y' = xe^x \\ y(0) = 0, y'(0) = 1. \end{cases}$$

Dire inoltre se è limitata in \mathbb{R} .

Es 3. Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{(x-1)^2 + (y-1)^2}{\sin((x-1)^2 + (y-1)^2)^\alpha}, \alpha \in \mathbb{R},$$

determinarne il campo di esistenza $E_\alpha(f)$ al variare di α , disegnarlo per $\alpha = 1$ e $\alpha = -1$, stabilirne la natura topologica. Dire inoltre per quali $\alpha \in \mathbb{R}^+$, f è prolungabile per continuità nel punto $(1, 1)$. Detto g tale prolungamento, studiare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, la derivabilità parziale nel punto $(1, 1)$.

ANALISI MATEMATICA II

(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)

13/01/2009

Prof. G. Dell'Acqua - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

Testo C

Cognome Nome.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

Es 1. Calcolare l'integrale

$$I_r = \int \int_{C_r} \arctan \left(\frac{1}{x^2 + y^2} \right) dx dy,$$

essendo

$$C_r = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : y + |x| \leq 0, y - |x| \geq 0, r^2 \leq x^2 + y^2 \leq 1 \}, r \in (0, 1).$$

Verificare inoltre che

$$\lim_{r \rightarrow 0} I_r = \frac{\pi}{2} \left(\frac{\pi}{4} + \log \sqrt{2} \right).$$

Es 2. Determinare l'unica soluzione del problema

$$\begin{cases} y'' + 2y = xe^x \\ y(0) = 0, y'(0) = 1. \end{cases}$$

Dire inoltre se è limitata in \mathbb{R} .

Es 3. Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\tan \left((x-1)^2 + (y-1)^2 \right)^\alpha}{(x-1)^2 + (y-1)^2}, \alpha \in \mathbb{R},$$

determinarne il campo di esistenza $E_\alpha(f)$ al variare di α , disegnarlo per $\alpha = 1$ e $\alpha = -1$, stabilirne la natura topologica. Dire inoltre per quali $\alpha \in \mathbb{R}^+$, f è prolungabile per continuità nel punto $(1, 1)$. Detto g tale prolungamento, studiare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, la derivabilità parziale di g nel punto $(1, 1)$.

ANALISI MATEMATICA II

(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)

13/01/2009

Prof. G. Dell'Acqua - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

Testo D

Cognome Nome.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

Es 1. Calcolare l'integrale

$$I_r = \int \int_{C_r} \arctan \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} \right) dx dy,$$

essendo

$$C_r = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{3}y + |x| \leq 0, \sqrt{3}y - |x| \geq 0, r^2 \leq x^2 + y^2 \leq 1 \right\}, r \in (0, 1).$$

Verificare inoltre che

$$\lim_{r \rightarrow 0} I_r = \frac{2}{3} \pi.$$

Es 2. Determinare l'unica soluzione del problema

$$\begin{cases} y'' + 3y' = xe^x \\ y(0) = 0, y'(0) = 1. \end{cases}$$

Dire inoltre se è limitata in \mathbb{R} .

Es 3. Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{x^2 + y^2}{\sin(x^2 + y^2)^\alpha}, \alpha \in \mathbb{R},$$

determinarne il campo di esistenza $E_\alpha(f)$ al variare di α , disegnarlo per $\alpha = 1$ e $\alpha = -1$, stabilirne la natura topologica. Dire inoltre per quali $\alpha \in \mathbb{R}^+$, f è prolungabile per continuità nell'origine. Detto g tale prolungamento, studiare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}^+$, la derivabilità parziale nell'origine.