ANALISI MATEMATICA II

(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)

13/02/2009

Prof. G. Dell'Acqua - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

<u>Testo A</u>

Cognome .... Nome...

Matricola...................................... Corso di Laurea.................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{\log\Big((1-4x^2)(1-4y^2)\Big)}{\big(4x^2+4y^2\big)^{\alpha}}\,,\ \alpha \in \mathbb{R},$$

determinarne il campo di esistenza $E_\alpha(f)$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Dire inoltre per quali $\alpha \in \mathbb{R}$, f è prolungabile per continuità nell'origine. Detto g tale prolungamento, determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$, g risulta derivabile parzialmente nell'origine.

2) Calcolare l'integrale

$$\int\!\!\int_\Omega |x|^3 \sin|y|\, dxdy\,,$$

essendo

$$\Omega = \Big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2\ :\ |x| \le (\pi/2)^{1/4}\,,\ |y| \le x^4\ \Big\}\,.$$

3) Considerato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2x\,y^2 \\ y(0) = \alpha\,, \end{cases}$$

determinare $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che la soluzione $y(x)$ sia definita soltanto nell'intervallo $(-1,1)$.

ANALISI MATEMATICA II
(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)
13/02/2009
Prof. G. Dell'Acqua - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

Testo B

Cognome .... Nome...

Matricola...................................... Corso di Laurea.................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{\log\Big((1-16x^4)(1-16y^4)\Big)}{\big(16x^4+16y^4\big)^{\alpha}}\,,\ \alpha \in \mathbb{R},$$

determinarne il campo di esistenza $E_\alpha(f)$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Dire inoltre per quali $\alpha \in \mathbb{R}$, f è prolungabile per continuità nell'origine. Detto g tale prolungamento, determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$, g risulta derivabile parzialmente nell'origine.

2) Calcolare l'integrale

$$\int\int_\Omega x^2 e^{|y|}\,dxdy\,,$$

essendo

$$\Omega = \Big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2\ :\ |x| \le 1\,,\ |y| \le |x|^3\Big\}\ .$$

3) Considerato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2x\,(1+y^2) \\ y(0) = \alpha\,, \end{cases}$$

determinare $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che la soluzione $y(x)$ sia definita soltanto nell'intervallo $(-\sqrt{\pi/2}, \sqrt{\pi/2})$.

ANALISI MATEMATICA II
(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)
13/02/2009
Prof. G. Dell'Acqua - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

Testo C

Cognome .... Nome...

Matricola...................................... Corso di Laurea.................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{\log\Big((1-x^2)(1-y^2)\Big)}{\big(x^2+y^2\big)^{\alpha}}\,,\ \alpha \in \mathbb{R},$$

determinarne il campo di esistenza $E_\alpha(f)$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Dire inoltre per quali $\alpha \in \mathbb{R}$, f è prolungabile per continuità nell'origine. Detto g tale prolungamento, determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$, g risulta derivabile parzialmente nell'origine.

2) Calcolare l'integrale

$$\int\!\!\int_\Omega x^2 \cos|y|\, dxdy\,,$$

essendo

$$\Omega = \Big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2\ :\ |x| \le (\pi/2)^{1/3}\,,\ |y| \le |x|^3\Big\}\,.$$

3) Considerato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 4x^3\, y^2 \\ y(0) = \alpha\,, \end{cases}$$

determinare $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che la soluzione $y(x)$ sia definita soltanto nell'intervallo $(-1,1)$.

ANALISI MATEMATICA II
(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)
13/02/2009
Prof. G. Dell'Acqua - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

Testo D

Cognome .... Nome...

Matricola...................................... Corso di Laurea................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{\log\Big((1-x^4)(1-y^4)\Big)}{\big(x^4+y^4\big)^{\alpha}}\,, \ \alpha \in \mathbb{R},$$

determinarne il campo di esistenza $E_{\alpha}(f)$ al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Dire inoltre per quali $\alpha \in \mathbb{R}$, f è prolungabile per continuità nell'origine. Detto g tale prolungamento, determinare per quali $\alpha \in \mathbb{R}$, g risulta derivabile parzialmente nell'origine.

2) Calcolare l'integrale

$$\int\int_{\Omega} x^2 e^{|y|}\, dxdy\,,$$

essendo

$$\Omega = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, |x| \leq 1\,,\, |y| \leq |x|^3\,\big\}\ .$$

3) Considerato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 4x^3\,(1+y^2) \\ y(0) = \alpha\,, \end{cases}$$

determinare $\alpha \in \mathbb{R}$ tale che la soluzione $y(x)$ sia definita soltanto nell'intervallo $\big(-(\pi/2)^{1/4}, (\pi/2)^{1/4}\big)$.