

# ANALISI MATEMATICA 2(6 crediti)

Ingegneria Civile

05/07/2010

Prof.ssa M. Chiricotto - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

## Testo A

Cognome ..... Nome.....

Matricola.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1) Sia  $\alpha \in \mathbb{R}^+$ . Data la funzione

$$f(x, y) = \frac{\log(1 + x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^\alpha}$$

determinare il suo insieme di definizione, stabilire per quali  $\alpha \in \mathbb{R}^+$  è prolungabile per continuità in  $(0, 0)$ . Indicata con  $\tilde{f}$  la sua prolungata, sia  $\alpha \in (0, 1)$ , stabilire per quali direzioni  $\vec{r}$  ammette derivata direzionale in  $(0, 0)$ .

2) Dato il campo vettoriale

$$\mathbf{F} = \left( -e^{-x} \cos\left(\frac{\pi}{2} - y\right); e^{-x} \sin\left(\frac{\pi}{2} - y\right) \right)$$

stabilire se è conservativo. In caso affermativo determinare il potenziale  $U(x; y)$  tale che  $U(0; 0) = 0$ . Calcolare inoltre

$$\int_{+\partial D} \mathbf{rot}(\mathbf{F}) \cdot \mathbf{n} \, ds$$

dove  $D$  è il cerchio di centro l'origine e raggio 2.

3) Risolvere la seguente equazione differenziale

$$y'' - y' - 2y = 4e^{-2x} - 2.$$

Determinare inoltre le eventuali soluzioni che ammettono asintoto orizzontale per  $x$  che tende a  $+\infty$ .