

ANALISI MATEMATICA II

(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)

29/01/2008

Prof. A.M. Bersani - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

Testo A

Cognome Nome.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare e disegnare il campo di esistenza della seguente funzione con $a \in \mathbb{R}_+$ e stabilirne la natura topologica:

$$f(x, y) = \arctg(|x + y|^a)$$

Studiare al variare di $a \in \mathbb{R}_+$ continuità e derivabilità parziale nel punto $(0, 0)$.

Fac. Se $a \in \mathbb{R}$ cosa cambia?

2) Data la forma differenziale

$$\omega = [\cos(xy) - xy \sin(xy)]dx - x^2 \sin(xy)dy$$

determinare il suo insieme di definizione A e dire se è ivi esatta. In caso affermativo, calcolare una sua primitiva. Calcolare poi $\int_{+\gamma} \omega$ dove γ è la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y = 2 \sin t, \quad t \in [0, \pi/4]. \end{cases}$$

3) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y''' + 2y'' + y' = 0$$

Dire se ammette soluzioni limitate su \mathbb{R} .

TEORIA. Dare la definizione di derivata parziale e di differenziale primo e poi darne l'interpretazione geometrica.

ANALISI MATEMATICA II

(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)

29/01/2008

Prof. A.M. Bersani - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

Testo B

Cognome Nome.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare e disegnare il campo di esistenza della seguente funzione con $a \in \mathbb{R}_+$ e stabilirne la natura topologica:

$$f(x, y) = e^{|x+y|^a}$$

Studiare al variare di $a \in \mathbb{R}_+$ continuità e derivabilità parziale nel punto $(0, 0)$.

Fac. Se $a \in \mathbb{R}$ cosa cambia?

2) Data la forma differenziale

$$\omega = (e^{x^2} 2xy)dx + e^{x^2} dy$$

determinare il suo insieme di definizione A e dire se è ivi esatta. In caso affermativo, calcolare una sua primitiva. Calcolare poi $\int_{+\gamma} \omega$ dove γ è la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = t, \\ y = t^2, \quad t \in [0, 1]. \end{cases}$$

3) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y^{IV} - 2y''' + y'' = 0$$

Dire se ammette soluzioni limitate su \mathbb{R} .

TEORIA. Enunciare il Teorema di Stokes (o del rotore) in \mathbb{R}^3 e dimostrare che ogni campo conservativo piano di classe C^1 è irrotazionale. Quando è vero il viceversa?

ANALISI MATEMATICA II

(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)

29/01/2008

Prof. A.M. Bersani - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

Testo C

Cognome Nome.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare e disegnare il campo di esistenza della seguente funzione con $a \in \mathbb{R}_+$ e stabilirne la natura topologica:

$$f(x, y) = \arctg(|(x - 1) + (y - 1)|^a)$$

Studiare al variare di $a \in \mathbb{R}_+$ continuità e derivabilità parziale nel punto $(1, 1)$.

Fac. Se $a \in \mathbb{R}$ cosa cambia?

2) Data la forma differenziale

$$\omega = [\sin(xy) + xy \cos(xy)]dx + x^2 \cos(xy)dy$$

determinare il suo insieme di definizione A e dire se è ivi esatta. In caso affermativo, calcolare una sua primitiva. Calcolare poi $\int_{+\gamma} \omega$ dove γ è la curva di equazioni parametriche

$$\begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = \sin t, \quad t \in [0, \pi/4]. \end{cases}$$

3) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y''' - 2y'' = 0$$

Dire se ammette soluzioni limitate su \mathbb{R} .

TEORIA. Dare la definizione di forma differenziale esatta e l'interpretazione fisica dell'integrale curvilineo di una forma esatta lungo una curva regolare piana.

ANALISI MATEMATICA II

(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)

29/01/2008

Prof. A.M. Bersani - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa E. Vacca

Testo D

Cognome Nome.....

Matricola..... Corso di Laurea.....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Determinare e disegnare il campo di esistenza della seguente funzione con $a \in \mathbb{R}_+$ e stabilirne la natura topologica:

$$f(x, y) = e^{|(x-2)+(y-2)|^a}$$

Studiare al variare di $a \in \mathbb{R}_+$ continuità e derivabilità parziale nel punto $(2, 2)$.

Fac. Se $a \in \mathbb{R}$ cosa cambia?

2) Data la forma differenziale

$$\omega = (e^{y^2})dx + (e^{y^2} 2xy)dy$$

determinare il suo insieme di definizione A e dire se è ivi esatta. In caso affermativo, calcolare una sua primitiva. Calcolare poi $\int_{+\gamma} \omega$ dove γ è la curva di equazioni

$$\begin{cases} x = t, \\ y = 4t^2, \quad t \in [0, 1]. \end{cases}$$

3) Risolvere la seguente equazione differenziale:

$$y^{IV} - 2y''' = 0$$

Dire se ammette soluzioni limitate su \mathbb{R} .

TEORIA.

Studenti Prof.sse Lancia e Vacca: Dare la definizione di continuità e dimostrare il Teorema sulle derivate localmente limitate;

Studenti Prof. Bersani: Dare la definizione di differenziabilità e dimostrare la Formula del gradiente.