

**ANALISI MATEMATICA II**  
**ING. CIVILE**  
**07/07/2011**

Prof.ssa M.R. Lancia - Prof.ssa A. Marchesiello - Prof.ssa S. Marconi

**Testo A**

Cognome ..... Nome .....

Matricola ..... Anno di corso .....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

- 1) Dato il campo vettoriale  $\overline{F} = (x^2 e^{x+y} + 2x e^{x+y}, x^2 e^{x+y})$ , stabilire se è conservativo. In caso affermativo determinare il suo potenziale  $U(x, y)$  che vale uno in  $(0, 0)$ . Calcolare  $\int_{+\gamma} \overline{F} \cdot \overline{\tau} ds$  ove  $\gamma$  è la curva di equazione  $x = \sqrt{t}$ ,  $y = t$ ,  $t \in [0, 1]$ .
- 2) Data la funzione in due variabili:

$$f_\alpha(x, y) = \frac{|x|^\alpha \sqrt{2 - x^2 - y^2}}{\sqrt{x^2 + (y - 1)^2}}$$

determinare e disegnare il suo insieme di definizione, stabilendone la natura topologica, al variare del parametro reale  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

Fissato  $\alpha = 2$ , stabilire se la funzione  $f_2(x, y)$  è prolungabile per continuità nel punto  $(0, 1)$  e in caso affermativo, detta  $\tilde{f}_2(x, y)$  il suo prolungamento, stabilire lungo quali direzioni  $\tilde{f}_2(x, y)$  è derivabile direzionalmente nel punto  $(0, 1)$ .

- 3) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = x \cos x^2 \frac{y^2 + 2y - 3}{y + 1} \\ y(0) = 2 \end{cases}$$