ANALISI MATEMATICA II
(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)
11/06/2009
Prof. G. Dell'Acqua - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

Testo A

Cognome .... Nome...

Matricola...................................... Corso di Laurea................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{x|y|^\alpha}{\log\left(1+x^2+y^2\right)}\,,$$

determinare per quali $\alpha > 0$, f è prolungabile per continuità nell'origine. Detto g tale prolungamento, determinare per quali $\alpha > 0$, g risulta differenziabile nell'origine.

2) Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{3x^2y}{1+yx^3}\,dx + \frac{x^3}{1+yx^3}\,dy$$

determinarne il campo di esistenza $E(\omega)$, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Di seguito, calcolare l'integrale

$$\int_\gamma \omega\,,$$

essendo γ la curva regolare di parametrizzazione

$$\begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \sin t\,, \quad t \in [0, \pi/2]\,. \end{cases}$$

3) Considerato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = xy + x(1-3x)e^{-x^3}y^2 \\ y(0) = 1/2\,, \end{cases}$$

determinare la soluzione $y(x)$ e calcolare i limiti $\lim_{x\to\pm\infty} y(x)$.

ANALISI MATEMATICA II

(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)

11/06/2009

Prof. G. Dell'Acqua - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

<u>Testo B</u>

Cognome .... Nome...

Matricola...................................... Corso di Laurea.................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{x|y|^\alpha}{\arctan\left(x^2+y^2\right)}\,,$$

determinare per quali $\alpha > 0$, f è prolungabile per continuità nell'origine. Detto g tale prolungamento, determinare per quali $\alpha > 0$, g risulta differenziabile nell'origine.

2) Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{2xy}{1+yx^2}\,dx + \frac{x^2}{1+yx^2}\,dy$$

determinarne il campo di esistenza $E(\omega)$, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Di seguito, calcolare l'integrale

$$\int_\gamma \omega\,,$$

essendo γ la curva regolare di parametrizzazione

$$\begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \sin t\,, \quad t \in [0, \pi/2]\,. \end{cases}$$

3) Considerato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^2 y + x^2(1-5x^2)e^{-x^5}y^2 \\ y(0) = 2\,, \end{cases}$$

determinare la soluzione $y(x)$ e calcolare i limiti $\lim_{x\to\pm\infty} y(x)$.

ANALISI MATEMATICA II
(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)
11/06/2009
Prof. G. Dell'Acqua - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

Testo C

Cognome .... Nome...

Matricola...................................... Corso di Laurea.................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{(x-1)|y-1|^\alpha}{\log\big(1+(x-1)^2+(y-1)^2\big)},$$

determinare per quali $\alpha > 0$, f è prolungabile per continuità nel punto $P = (1,1)$. Detto g tale prolungamento, determinare per quali $\alpha > 0$, g risulta differenziabile in P.

2) Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{5yx^4}{1+yx^5}\,dx + \frac{x^5}{1+yx^5}\,dy$$

determinarne il campo di esistenza $E(\omega)$, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Di seguito, calcolare l'integrale

$$\int_\gamma \omega\,,$$

essendo γ la curva regolare di parametrizzazione

$$\begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \sin t\,, \quad t \in [0, \pi/2]\,. \end{cases}$$

3) Considerato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^3 y + x^3(1-7x^3)e^{-x^7}y^2 \\ y(0) = 3\,, \end{cases}$$

determinare la soluzione $y(x)$ e calcolare i limiti $\lim_{x\to\pm\infty} y(x)$.

ANALISI MATEMATICA II
(Ing. Civile - Ing. dei Trasporti)
11/06/2009
Prof. G. Dell'Acqua - Prof.ssa M.R. Lancia - Prof. D. Rocchetti

Testo D

Cognome .... Nome...

Matricola...................................... Corso di Laurea.................................

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1) Data la funzione

$$f(x,y) = \frac{(x-1)|y-1|^{\alpha}}{\arctan\big((x-1)^2+(y-1)^2\big)}\,,$$

determinare per quali $\alpha > 0$, f è prolungabile per continuità nel punto $P = (1,1)$. Detto g tale prolungamento, determinare per quali $\alpha > 0$, g risulta differenziabile in P.

2) Data la forma differenziale

$$\omega = \frac{4yx^3}{1+yx^4}\,dx + \frac{x^4}{1+yx^4}\,dy$$

determinarne il campo di esistenza $E(\omega)$, disegnarlo e stabilirne la natura topologica. Di seguito, calcolare l'integrale

$$\int_{\gamma} \omega\,,$$

essendo γ la curva regolare di parametrizzazione

$$\begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \sin t\,, \quad t \in [0, \pi/2]\,. \end{cases}$$

3) Considerato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x^4 y + x^4(1-9x^4)e^{-x^9}y^2 \\ y(0) = 4\,, \end{cases}$$

determinare la soluzione $y(x)$ e calcolare i limiti $\lim_{x\to\pm\infty} y(x)$.