

Possibili domande per l'orale del corso di

MODELLI MATEMATICI PER LA MECCANICA

Cinematica dell'elemento

- (1.1) Spazi vettoriali. Basi di uno spazio vettoriale. Spazi di riferimento. Sistemi di riferimento. Terne di proiezione. Rappresentazioni cartesiane dei vettori. Equazioni con incognite vettoriali.
- (1.2) I prodotti scalare, vettoriale, misto, e doppio vettore. La matrice antisimmetrica relativa a un prodotto vettore.
- (1.3) Cambio di base. Operatori lineari sui vettori. Matrice di un operatore. Trasformazione delle matrici di un operatore al cambio di base.
- (1.4) Moti e leggi orarie. Moto di un elemento. Velocità, accelerazione. Piano osculatore e circonferenza osculatrice. La terna intrinseca. Espressione intrinseca della velocità e dell'accelerazione.
- (1.5) Risoluzione delle equazioni: $\vec{x} \times \vec{v} = \vec{w}$ e $\vec{x} \cdot \vec{v} = k$. Particolari moti dell'elemento: moti rettilinei, piani, centrali. Formula di Binet.
- (1.6) Stato di un sistema dinamico. Spazio delle fasi. L'equazione di Newton: sue proprietà principali e suo uso. Alcuni facili esempi di leggi sperimentali di forze: forze costanti, forze proporzionali alla velocità, forze centrali. Metodi di risoluzione: proiezioni sugli assi, il metodo della "verifica".

Dinamica dell'elemento

- (2.1) Integrali primi di un'equazione differenziale ordinaria: loro caratterizzazione e conseguenze. Potenza; energia cinetica; lavoro. Teorema del lavoro. Forze posizionali. Il caso del moto di un elemento con traiettoria nota.
- (2.2) Teorema di conservazione dell'energia meccanica. Forze conservative in senso cartesiano e loro proprietà. Riconoscimento della eventuale conservatività delle forze. Metodo di ricerca del potenziale delle forze conservative.
- (2.3) La discussione qualitativa per un sistema meccanico conservativo a un grado di libertà. L'oscillatore lineare. Il pendolo fisico.
- (2.4) Fornire due esempi di sistemi meccanici conservativi a un grado di libertà e discuterli brevemente servendosi del teorema di conservazione dell'energia.
- (2.5) Il concetto di vincolo: la sua caratterizzazione geometrica e dinamica. Vincoli bilaterali ed unilaterali. Moti dinamicamente possibili. Le reazioni vincolari. Condizioni di distacco.
- (2.6) Posizioni di equilibrio ed equazione della statica. Sua provenienza dalla equazione di Newton. Il criterio di equilibrio per un elemento vincolato. L'ascensore.

Cinematica rigida

- (3.1) Spostamenti rigidi ed angoli di Eulero. Matrice del cambio di base e sua espressione in funzione degli angoli di Eulero.
- (3.2) La velocità angolare. La formula fondamentale di cinematica. Formula delle accelerazioni in un moto rigido.
- (3.3) Il campo delle velocità in un atto di moto rigido; sue proprietà. Il trinomio invariante e conseguenti tipi di atti di moto. L'asse istantaneo di moto.
- (3.4) Espressione vettoriale della velocità angolare, e della sua derivata, sia mediante le matrici di rotazione che mediante gli angoli di Eulero.
- (3.5) Teorema dei moti relativi. Derivate assolute e relative di funzioni vettoriali. La velocità di strisciamento.
- (3.6) Moti rigidi piani. Base e ruletta. Esempi; la ruota; l'ellissografo; cenni sugli ingranaggi.

Sistemi rigidi ed equazioni cardinali

- (4.1) Sistemi di riferimento inerziali e non inerziali. Le tre leggi della meccanica. Forze apparenti e forza centrifuga. Il peso.
- (4.2) Il baricentro. Moto relativo al baricentro. Equazioni cardinali della dinamica per un sistema. Equazioni della stereodinamica. Risolubilità di queste ultime.
- (4.3) Moto relativo al baricentro. Quantità di moto. Momento delle quantità di moto e sua dipendenza dal polo.
- (4.4) Il tensore omografia d'inerzia e suo uso nell'espressione del vettore \vec{K}^G e del vettore $\dot{\vec{K}}^G$. L'equazione di Eulero.
- (4.5) Proprietà dell'omografia d'inerzia. Assi principali d'inerzia. Modo di variare della matrice d'inerzia. Teorema di Huyghens. Corpi con fori e lacune.
- (4.6) Energia cinetica di un sistema. Il Teorema di Koenig. Lavoro e potenza di una sollecitazione. Loro espressioni specifiche per i corpi rigidi. Sollecitazioni conservative. Potenziali delle sollecitazioni posizionali di tipo interno.
- (5.1) Sollecitazioni equivalenti: definizione, loro uso e proprietà, casi particolari. Ricerca dell'asse centrale.

Statica e dinamica del corpo rigido

- (5.2) I vincoli di snodo sferico, di cerniera cilindrica, di piano liscio. Loro relazioni caratteristiche geometriche e dinamiche. Le conseguenti equazioni di moto e della statica. Il poligono di appoggio.
- (5.3) La lamina triangolare rotante con asse verticale: calcolo della sollecitazione vincolare. Sollecitazione centrifuga e bilanciamento.
- (5.4) Sistemi di molti corpi. Vincoli ben dati; vincoli olonomi; vincoli regolari; vincoli dipendenti e indipendenti dal tempo. Coordinate lagrangiane.

- (5.5) Variabili lagrangiane; le corrispondenti velocità possibili e virtuali. Proprietà caratteristiche delle velocità virtuali.
- (5.6) Potenza e lavoro virtuali di una sollecitazione. Componenti lagrangiane di una sollecitazione. Vincoli perfetti. Sistemi olonomi.

Statica e dinamica dei sistemi

- (6.1) Deduzione delle equazioni di Lagrange dal sistema fondamentale, nel caso generale non conservativo. Loro risolubilità.
- (6.2) Sollecitazioni conservative in senso lagrangiano. Sollecitazioni a potenziale. La funzione Lagrangiana. Le equazioni di Lagrange espresse mediante la funzione Lagrangiana.
- (6.3) Configurazioni di equilibrio per un sistema olonomo non conservativo. Il principio dei lavori virtuali. Determinazione delle configurazioni di equilibrio per un sistema olonomo conservativo.
- (6.4) Massimi e minimi dei potenziali. Configurazioni di equilibrio stabile. Teorema di stabilità di Dirichlet. Enunciato del teorema di instabilità di Liapunov. (Facoltativo: Stabilità e dipendenza continua dal dato iniziale).
- (6.5) Significato e limiti del procedimento di linearizzazione. Equazione alle variazioni ed equazione variazionale. Linearizzazione delle equazioni di Lagrange nell'intorno di un equilibrio.
- (6.6) Diagonalizzazione simultanea delle due forme quadratiche relative alla linearizzazione. Pulsazioni proprie e modi normali.