ANALISI I (h. 2) 12 CFU ☐ ANALISI I (h. 2) I Mod. ☐ II Mod. ☐ Appello del 3 Febbraio 2011	**TEMA/A** Cognome e nome (in stampatello)

Barrare la casella corrispondente all'esame di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **devono svolgere** gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **devono svolgere** gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure CFU 5+5 **devono svolgere** gli esercizi E3/E6/D2 ed un esercizio a scelta tra E2 ed E5.

E1. Stabilire se la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{|2x-3|(e^{-2x}-1)}{x} & \text{se } x < 0; \\ \sqrt[3]{x-6} & \text{se } x \geq 0; \end{cases}$$

è continua in $x = 0$ ed in caso negativo, classificare il tipo di discontinuità.

E2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(|e^{iz-3i}| - 1)(8z^3 + 1) = 0\,.$$

E3. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} (3n^3 + 2)\left[\sin\frac{1}{n} - \frac{1}{n}\right]\,.$$

D1. Si considerino le successioni di numeri reali $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$. Sapendo che $a_n \to 0^+$ e $-2 \leq b_n \leq 2$, stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono vere:

$$1)\quad \lim_{n\to+\infty} \frac{|b_n|}{a_n} = +\infty\,; \qquad 2)\quad \lim_{n\to+\infty} a_n b_n^2 = 0\,; \qquad 3)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2 |b_n| \text{ converge}\,.$$

Fornire un controesempio per ogni affermazione errata.

E4. Calcolare

$$\lim_{(x,y)\to(1,0)} \frac{3e^{y^2} - 3}{\sqrt{x^2 + y^2 - 2x + 1}}\,.$$

E5. Stabilire per quali valori del parametro reale α l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{[\log(1+x)]^{2\alpha^2-2}}{(\sinh x)^{\alpha^2+5}}\, dx\,.$$

converge.

E6. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'(x) + x\left(1 + 2e^{x^2}\right)\cos^2 y(x) = 0\,,$$

e la soluzione del problema di Cauchy con condizione iniziale $y(0) = \pi/2$.

D2. Sia f una funzione assegnata differenziabile in $\mathbb{R}^2$. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

a) $\nabla f(0,0) = (0,0) \implies (0,0)$ è estremante per f;
b) se $(3,5)$ è punto di sella $\implies \nabla f(3,5) = (0,0)$;
c) $\nabla f(1,7) = (2,4) \implies$ il piano $2x + 4y - 2z = 0$ è parallelo al piano tangente al grafico di f nel punto $(1,7)$;
d) se $f(0,0) \neq 0$, f non è continua nell'origine.

Spazio riservato alla commissione					
	*E*1.	*E*2.	*E*3.	*D*1.	
	*E*4.	*E*5.	*E*6.	*D*2.	totale

ANALISI I (h. 2) 12 CFU ☐ ANALISI I (h. 2) I Mod. ☐ II Mod. ☐ Appello del 3 Febbraio 2011	**TEMA/B** Cognome e nome (in stampatello)

Barrare la casella corrispondente all'esame di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **devono svolgere** gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **devono svolgere** gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure CFU 5+5 **devono svolgere** gli esercizi E3/E6/D2 ed un esercizio a scelta tra E2 ed E5.

E1. Stabilire se la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\dfrac{3\log(1+3x)}{x} & \text{se } x > 0; \\ |x-11| + \sqrt[3]{(x^3+2x)^2+8} & \text{se } x \leq 0. \end{cases}$$

è continua in $x = 0$ ed in caso negativo, classificare il tipo di discontinuità.

E2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(|e^{z-3}| - 1)(z^3 - 8) = 0\,.$$

E3. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} (n^2+5n)\left[\log\left(1+\frac{1}{2n}\right) - \frac{1}{2n}\right].$$

D1. Si considerino le successioni di numeri reali $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$. Sapendo che $-5 \leq a_n \leq 5$ e $b_n \to +\infty$, stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono vere:

$$1)\quad \lim_{n\to+\infty} b_n|a_n| = +\infty\,; \qquad 2)\quad \lim_{n\to+\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0\,; \qquad 3)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|a_n|}{b_n^2} \text{ converge}\,.$$

Fornire un controesempio per ogni affermazione errata.

E4. Calcolare

$$\lim_{(x,y)\to(0,1)} = \frac{\log(1+2x^2)}{\sqrt{x^2+y^2-2y+1}}\,.$$

E5. Stabilire per quali valori del parametro reale α l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\sinh\left(\frac{1}{x^{\alpha^2+8}}\right)}{\log\left(1+\frac{1}{x^{2\alpha^2+6}}\right)}\, dx\,.$$

converge.

E6. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'(x) - \frac{\log(2+x)+2}{2+x}\sqrt{y(x)-1} = 0\,,$$

e la soluzione del problema di Cauchy con condizione iniziale $y(0) = 1$.

D2. Sia f una funzione assegnata differenziabile in $\mathbb{R}^2$. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

a) $\nabla f(0,0) = (0,0) \implies (0,0)$ è punto critico per f;
b) se $\nabla f(3,5) = (0,0) \implies (3,5)$ è punto di sella per f;
c) $f(x,y) \to f(1,7)$ per $(x,y) \to (1,7)$;
d) se $f(0,0) = 0 \implies \dfrac{\partial f}{\partial v}(0,0) = 0$ per ogni direzione $v \in \mathbb{R}^2$.

Spazio riservato alla commissione					
	$E1.$	$E2.$	$E3.$	$D1.$	
	$E4.$	$E5.$	$E6.$	$D2.$	totale

ANALISI I (h. 2) 12 CFU ☐ ANALISI I (h. 2) I Mod. ☐ II Mod. ☐ Appello del 3 Febbraio 2011	**TEMA/C** Cognome e nome (in stampatello)

Barrare la casella corrispondente all'esame di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **devono svolgere** gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **devono svolgere** gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure CFU 5+5 **devono svolgere** gli esercizi E3/E6/D2 ed un esercizio a scelta tra E2 ed E5.

E1. Stabilire se la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} -\dfrac{|x-3|\log(1+4x)}{2x} & \text{se } x > 0; \\ |x-7| + \sqrt[5]{(x^2+3x)^4+1} & \text{se } x \le 0; \end{cases}$$

è continua in $x = 0$ ed in caso negativo, classificare il tipo di discontinuità.

E2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(|\mathrm{e}^{2z-4}| - 1)(z^3 + 8) = 0\,.$$

E3. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} (2n^2+4n)\left[\sqrt{1+\frac{1}{n}} - 1 - \frac{1}{2n}\right].$$

D1. Si considerino le successioni di numeri reali $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$. Sapendo che $-5 \le a_n \le 5$ e $b_n \to +\infty$, stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono vere:

$$1) \quad \lim_{n\to+\infty} b_n|a_n| = +\infty\,; \qquad 2) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|a_n|}{b_n^2} \text{ converge}\,; \qquad 3) \quad \lim_{n\to+\infty} \frac{a_n}{b_n} = 0\,.$$

Fornire un controesempio per ogni affermazione errata.

E4. Calcolare

$$\lim_{(x,y)\to(0,2)} \frac{\log(1+x^3/7)}{x^2+y^2-4y+4}\,.$$

E5. Stabilire per quali valori del parametro reale α l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\left[\log\left(1+\frac{1}{x}\right)\right]^{2\alpha^2-6}}{\left(\sinh\frac{1}{x}\right)^{\alpha^2+8}}\,dx\,.$$

converge.

E6. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'(x) + \frac{\log(x-3)-5}{x-3}\sqrt{2-y(x)} = 0\,,$$

e la soluzione del problema di Cauchy con condizione iniziale $y(5)=2$.

D2. Sia f una funzione assegnata differenziabile in $\mathbb{R}^2$. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

a) se $f(0,0)=0 \quad \Longrightarrow \quad \dfrac{\partial f}{\partial v}(0,0)=0$ per ogni direzione $v\in\mathbb{R}^2$;

b) $\nabla f(0,0)=(0,0) \quad \Longrightarrow \quad (0,0)$ è punto critico per f;

c) $f(x,y)\to f(1,7)$ per $(x,y)\to(1,7)$;

d) se $\nabla f(3,5)=(0,0) \quad \Longrightarrow \quad (3,5)$ è punto di sella per f.

Spazio riservato alla commissione	*E*1.		*E*2.		*E*3.		*D*1.			
	*E*4.		*E*5.		*E*6.		*D*2.		totale	

ANALISI I (h. 2) 12 CFU ☐

ANALISI I (h. 2) I Mod. ☐ II Mod. ☐

Appello del 3 febbraio 2011

TEMA/D

Cognome e nome (in stampatello)

Barrare la casella corrispondente all'esame di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **devono svolgere** gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **devono svolgere** gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure CFU 5+5 **devono svolgere** gli esercizi E3/E6/D2 ed un esercizio a scelta tra E2 ed E5.

E1. Stabilire se la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{|2x-4|(\mathrm{e}^{-2x}-1)}{2x} & \text{se } x < 0; \\ \sqrt[5]{x-4} & \text{se } x \geq 0; \end{cases}$$

è continua in $x = 0$ ed in caso negativo, classificare il tipo di discontinuità.

E2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$(|\mathrm{e}^{(z-4)/i}| - 1)(8z^3 - 1) = 0\,.$$

E3. Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} (4n^3+1)\left[\arctan\frac{1}{n} - \frac{1}{n}\right].$$

D1. Si considerino le successioni di numeri reali $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$. Sapendo che $a_n \to 0^+$ e $-2 \leq b_n \leq 2$, stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono vere:

$$1) \quad \lim_{n\to+\infty} a_n b_n^2 = 0\,; \qquad 2) \quad \lim_{n\to+\infty} \frac{|b_n|}{a_n} = +\infty\,; \qquad 3) \quad \sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2 |b_n| \text{ converge}\,.$$

Fornire un controesempio per ogni affermazione errata.

E4. Calcolare

$$\lim_{(x,y)\to(2,0)} \frac{4\mathrm{e}^{2y^3} - 4}{x^2+y^2-4x+4}\,.$$

E5. Stabilire per quali valori del parametro reale α l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\sinh\left(x^{\alpha^2+5}\right)}{\left[\log(1+x^{2\alpha^2+2})\right]}\,dx\,.$$

converge.

E6. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'(x) - x^2\left(1+3\mathrm{e}^{x^3}\right)\sin^2 y(x) = 0\,,$$

e la soluzione del problema di Cauchy con condizione iniziale $y(0) = 0$.

D2. Sia f una funzione assegnata differenziabile in $\mathbb{R}^2$. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

a) se $f(0,0) \neq 0$, f non è continua nell'origine;
b) $\nabla f(0,0) = (0,0) \quad\Longrightarrow\quad (0,0)$ è estremante per f;
c) se $(3,5)$ è punto di sella $\quad\Longrightarrow\quad \nabla f(3,5) = (0,0)$;
d) $\nabla f(1,7) = (2,4) \quad\Longrightarrow\quad$ il piano $2x+4y-2z=0$
è parallelo al piano tangente al grafico di f nel punto $(1,7)$.

Spazio riservato alla commissione	$E1.$	$E2.$	$E3.$	$D1.$	
	$E4.$	$E5.$	$E6.$	$D2.$	totale