ANALISI I (h. 2.30) Appello del **3 Febbraio 2012**	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Calcolare

$$\int_0^{1/9} \frac{e^{\arctan(3\sqrt{x})}}{\left(\frac{1}{9}+x\right)\sqrt{x}}\,dx\,.$$

---

2. Calcolare, al variare del parametro reale α, il limite

$$\lim_{n\to+\infty}\left[\sin\left(\frac{1}{\sqrt{e^n}}\right)\right]^{\sqrt{1+2/n^{\alpha}}-1}\,.$$

---

3. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x)-y'(x)-2y(x)=-e^{-2x}\,,$$

che soddisfano entrambe le condizioni

$$y(0)=0 \qquad \text{e} \qquad \lim_{x\to+\infty} y(x)=0\,.$$

---

4. Data la funzione $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x)=\frac{3x^2e^{x^2}+2\log|x|}{x[4+\sin(x^4)+2e^{x^2}]}\,,$$

determinare limiti ed eventuali asintoti all'infinito.

---

5. Sia $f\in\mathcal{C}(\mathbb{R})$ una funzione pari. Sapendo che $f(\log y)\sim y$ per $y\to 0^+$, dimostrare che

i) $f(\log y)\sim \frac{1}{y}$ per $y\to+\infty$;

ii) $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$ esiste finito.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **3 Febbraio 2012**	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Calcolare

$$\int_0^{\sqrt{2}} \frac{x\,\mathrm{e}^{\arctan(x^2/2)}}{4+x^4}\,dx\,.$$

---

2. Calcolare, al variare del parametro reale α , il limite

$$\lim_{n\to+\infty}\left[\log\left(1+\frac{1}{\mathrm{e}^{2n}}\right)\right]^{(\mathrm{e}^{1/n^\alpha}-1)}\,.$$

---

3. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x)-2y'(x)-3y(x)=-6\mathrm{e}^{2x}\,,$$

che soddisfano entrambe le condizioni

$$y(0)=0 \qquad \text{e} \qquad \lim_{x\to-\infty} y(x)=0\,.$$

---

4. Data la funzione $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x)=\frac{x^2\log x^4+\log x^2}{3+\cos x+2|x|\log|x|}\,,$$

determinare limiti ed eventuali asintoti all'infinito.

---

5. Sia $f\in\mathcal{C}(\mathbb{R})$ una funzione dispari. Sapendo che $f(\mathrm{e}^y)\sim y$ per $y\to+\infty$, dimostrare che
i) $f(-y)\sim-\log y$ per $y\to+\infty$;
ii) $\int_{-1}^0 f\left(\frac{1}{x}\right)\,dx$ esiste finito.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **3 Febbraio 2012**	**TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Calcolare

$$\int_0^{\sqrt[3]{3}} \frac{x^2 e^{2\arctan(x^3/3)}}{9+x^6}\, dx\,.$$

---

2. Calcolare, al variare del parametro reale α, il limite

$$\lim_{n\to+\infty} \left[\cosh\left(\frac{\sqrt{2}}{e^{n^2}}\right) - 1\right]^{\log(1+2/n^\alpha)}\,.$$

---

3. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 2y'(x) - 3y(x) = -7e^{x/2}\,,$$

che soddisfano entrambe le condizioni

$$y(0) = 0 \qquad \text{e} \qquad \lim_{x\to-\infty} y(x) = 0\,.$$

---

4. Data la funzione $f : \mathbb{R}\setminus\{0\} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{2x^2\log x^6 + \log|x|}{1+\cos(x^3) + |x|\log x^2}\,,$$

determinare limiti ed eventuali asintoti all'infinito.

---

5. Sia $f \in \mathcal{C}(\mathbb{R})$ una funzione dispari. Sapendo che $f(e^y) \sim y$ per $y \to +\infty$, dimostrare che

i) $f(-y) \sim -\log y$ per $y \to +\infty$;

ii) $\int_{-1}^{0} f\left(\frac{1}{x}\right) dx$ esiste finito.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **3 Febbraio 2012**	**TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Calcolare

$$\int_0^1 \frac{\mathrm{e}^{2\arctan(\sqrt[4]{x})+1}}{(1+\sqrt{x})x^{3/4}}\,dx\,.$$

---

2. Calcolare, al variare del parametro reale α , il limite

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\sqrt{1+\frac{\sqrt{2}}{\mathrm{e}^{n^2}}}-1\right)^{\sinh(1/n^{\alpha})}\,.$$

---

3. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x)+y'(x)-2y(x)=\frac{9}{4}\,\mathrm{e}^{-x/2}\,,$$

che soddisfano entrambe le condizioni

$$y(0)=0 \qquad \text{e} \qquad \lim_{x\to+\infty} y(x)=0\,.$$

---

4. Data la funzione $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}$ definita da

$$f(x)=\frac{2x^4\mathrm{e}^{x^2}+\log x^2}{x^3[5+\sin(x^2)+3\mathrm{e}^{x^2}]}\,,$$

determinare limiti ed eventuali asintoti all'infinito.

---

5. Sia $f\in\mathcal{C}(\mathbb{R})$ una funzione pari. Sapendo che $f(\log y)\sim y$ per $y\to 0^+$, dimostrare che
i) $f(\log y)\sim\frac{1}{y}$ per $y\to+\infty$;
ii) $\int_0^{+\infty} f(x)\,dx$ esiste finito.