ANALISI I (h. 2) 12 CFU ☐ ANALISI I (h. 2) I Mod. ☐ II Mod. ☐ Appello del 3 Marzo 2011	**TEMA/A** Cognome e nome (in stampatello)

Barrare la casella corrispondente all'esame di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **devono svolgere** gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **devono svolgere** gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure CFU 5+5 **devono svolgere** gli esercizi E3/E6/D2 ed un esercizio a scelta tra E2 ed E5.

Spazio riservato alla commissione					
	$E1.$	$E2.$	$E3.$	$D1.$	
	$E4.$	$E5.$	$E6.$	$D2.$	totale

E1. Sia $f(x) = e^{-x-1} - 2\pi x - 1$. Calcolare la derivata di $f^{-1}(y)$ per $y = -2\pi$.

E2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^5 + z^3 - \imath z^2 - \imath = 0\,,$$

e scriverle in forma cartesiana.

E3. Trovare $\alpha \in \mathbb{R}$ in modo tale che il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(1-x) + \frac{\sin(-x)}{x} + e^x}{x^\alpha}\,.$$

sia diverso da 0 .

D1. Data $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ non decrescente e concava, dimostrare che la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_0^x [f'(t)]^2\, dt$$

è anch'essa non decrescente e concava.

E4. Trovare i punti critici di $f(x, y) = x^3 y + x^2 + y^2$

E5. Calcolare

$$\int\int_D 2xy dx\, dy$$

ove $D = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 9,\, y \leq x,\, x \leq 0\}$.

E6. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$y'(x) - \frac{y(x)}{x} = x^2 + 1\,,$$

con condizione iniziale $y(1) = -1$.

D2. Sia f una funzione continua, non negativa in $(0, +\infty)$. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

a) se $g(x) \geq f(x)$ e g é integrabile in $[1, \infty)$, allora f é integrabile in $[1, \infty)$;

b) se $f(x) \sim \frac{1}{x^3}$ per $x \to 0^+$, allora $\int_0^1 f(x)dx$ esiste in senso improprio ;

c) se f é decrescente, allora é integrabile in $[0, +\infty)$

d) se $f(x) \sim \ln(1 + \frac{1}{x^{3/2}})$ per $x \to +\infty$, allora $\int_0^{+\infty} f(x)dx$ esiste in senso improprio.

ANALISI I (h. 2) 12 CFU ☐	**TEMA/B**
ANALISI I (h. 2) I Mod. ☐ II Mod. ☐	Cognome e nome (in stampatello)
Appello del 3 Marzo 2011	

Barrare la casella corrispondente all'esame di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **devono svolgere** gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **devono svolgere** gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure CFU 5+5 **devono svolgere** gli esercizi E3/E6/D2 ed un esercizio a scelta tra E2 ed E5.

Spazio riservato alla commissione					
	$E1.$ ☐	$E2.$ ☐	$E3.$ ☐	$D1.$ ☐	
	$E4.$ ☐	$E5.$ ☐	$E6.$ ☐	$D2.$ ☐	totale ☐

E1. Sia $f(x) = 2x + \pi \sin(x)$. Calcolare la derivata di $f^{-1}(y)$ per $y = 2\pi$.

E2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^5 + z^3 + \imath z^2 + \imath = 0\,,$$

e scriverle in forma cartesiana.

E3. Trovare $\alpha \in \mathbb{R}$ in modo tale che il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(1-x) - \cos(x) + e^x}{x^\alpha}\,.$$

sia diverso da 0 .

D1. Data $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ non decrescente e concava, dimostrare che la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_0^x [f'(t)]^2\, dt$$

è anch'essa non decrescente e concava.

E4. Trovare i punti critici di $f(x, y) = x^3y - x^2 - y^2$

E5. Calcolare

$$\int\int_D 2xy dx\, dy$$

ove $D = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 9,\, y \leq x,\, x \geq 0\}$.

E6. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'(x) - \frac{y(x)}{x} = x^2 - 1\,,$$

e la soluzione del problema di Cauchy con condizione iniziale $y(1) = 1$.

D2. Sia f una funzione continua, non negativa in $(0, +\infty)$. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

a) se $f(x) \geq g(x) \geq 0$ e g non é integrabile in $[1, \infty)$, allora f non é integrabile in $[1, \infty)$;

b) se $f(x) \sim \frac{1}{x^2}$ per $x \to 0^+$, allora $\int_0^1 f(x)dx$ esiste in senso improprio ;

c) se f é decrescente, allora é integrabile in $[0, +\infty)$

d) se $f(x) \sim \ln(1 + \frac{1}{x^{3/2}})$ per $x \to +\infty$, allora $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ esiste in senso improprio.

ANALISI I (h. 2) 12 CFU ☐ ANALISI I (h. 2) I Mod. ☐ II Mod. ☐ Appello del 3 Marzo 2011	**TEMA/C** Cognome e nome (in stampatello)

Barrare la casella corrispondente all'esame di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **devono svolgere** gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **devono svolgere** gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure CFU 5+5 **devono svolgere** gli esercizi E3/E6/D2 ed un esercizio a scelta tra E2 ed E5.

Spazio riservato alla commissione					
	$E1.$	$E2.$	$E3.$	$D1.$	
	$E4.$	$E5.$	$E6.$	$D2.$	totale

E1. Sia $f(x) = x - e^2 + \pi \ln(x)$. . Calcolare la derivata di $f^{-1}(y)$ per $y = 2\pi$.

E2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^5 - z^3 + \imath z^2 - \imath = 0 = 0\,,$$

e scriverle in forma cartesiana.

E3. Trovare $\alpha \in \mathbb{R}$ in modo tale che il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(1-x) + \cos(x) - e^{-x}}{x^\alpha}\,.$$

sia diverso da 0 .

D1. Data $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ non decrescente e concava, dimostrare che la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_0^x [f'(t)]^2\, dt$$

è anch'essa non decrescente e concava.

E4. Trovare i punti critici di $f(x, y) = x^3 y + x^2 - y^2$.

E5. Calcolare

$$\int\int_D 2xy dx\, dy$$

ove $D = \{(x,y) : x^2 + y^2 \le 9,\ y \ge x,\ x \ge 0\}$

E6. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y' + \frac{y(x)}{x} = x^2 + 1\,,$$

e la soluzione del problema di Cauchy con condizione iniziale $y(1) = 1$.

D2. Sia f una funzione continua, non negativa in $(0, +\infty)$. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

a) se $f(x) \ge g(x) \ge 0$ e g é integrabile in $[1, \infty)$, allora f é integrabile in $[1, \infty)$;

b) se $f(x) \sim \frac{1}{x^{1/2}}$ per $x \to 0^+$, allora $\int_0^1 f(x)dx$ esiste in senso improprio ;

c) se f é decrescente, allora é integrabile in $[0, +\infty)$

d) se $f(x) \sim \sin(\frac{1}{x^{1/2}})$ per $x \to +\infty$, allora $\int_1^{+\infty} f(x)dx$ esiste in senso improprio.

ANALISI I (h. 2) 12 CFU ☐ ANALISI I (h. 2) I Mod. ☐ II Mod. ☐ Appello del 3 Marzo 2011	**TEMA/D** Cognome e nome (in stampatello)

Barrare la casella corrispondente all'esame di competenza.

Coloro che sostengono l'esame del Mod. I **devono svolgere** gli esercizi E1/E2/E3/D1, coloro che sostengono l'esame del Mod. II **devono svolgere** gli esercizi E4/E5/E6/D2, coloro che sostengono l'esame da CFU 12 oppure CFU 5+5 **devono svolgere** gli esercizi E3/E6/D2 ed un esercizio a scelta tra E2 ed E5.

Spazio riservato alla commissione	$E1.$		$E2.$		$E3.$		$D1.$			
	$E4.$		$E5.$		$E6.$		$D2.$		totale	

E1. Sia $f(x) = x + 2\pi e^x$. Calcolare la derivata di $f^{-1}(y)$ per $y = 2\pi$.

E2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^5 - z^3 - \imath z^2 + \imath = 0 = 0\,,$$

e scriverle in forma cartesiana.

E3. Trovare $\alpha \in \mathbb{R}$ in modo tale che il limite

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(1-x) + \frac{\sin(x)}{x} - e^{-x}}{x^\alpha}\,.$$

sia diverso da 0 .

D1. Data $f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ non decrescente e concava, dimostrare che la funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_0^x [f'(t)]^2\,dt$$

è anch'essa non decrescente e concava.

E4. Trovare i punti critici di $f(x,y) = x^3y - x^2 + y^2$.

E5. Calcolare

$$\int\int_D 2xydx\,dy$$

ove $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 9,\, y \geq x,\, x \leq 0\}$.

E6. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'(x) + \frac{y(x)}{x} = x^2 - 1\,,$$

e la soluzione del problema di Cauchy con condizione iniziale $y(1) = -1$.

D2. Sia f una funzione continua, non negativa in $(0, +\infty)$. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

a) se $f(x) \geq g(x)$ e g é integrabile in $[1, \infty)$, allora f é integrabile in $[1, \infty)$;

b) se $f(x) \sim \frac{1}{x^2}$ per $x \to 0^+$, allora $\int_0^1 f(x)dx$ esiste in senso improprio ;

c) se f é decrescente, allora é integrabile in $[0, +\infty)$

d) se $f(x) \sim \ln(1 + \frac{1}{x^{3/2}})$ per $x \to +\infty$, allora $\int_0^{+\infty} f(x)dx$ esiste in senso improprio.
