

Appello del

3 Luglio 2014

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare, al variare di  $x \in \mathbb{R}$ , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{|x^2 - 3|^n}{2^n(n+1)}.$$

2. Calcolare la primitiva della funzione  $f(x) = \tan^2(2x) \sin(2x)$  che vale  $3/2$  in  $x_0 = 0$ .

3. Determinare eventuali soluzioni della seguente equazione differenziale

$$y''(x) - 3y'(x) + 2y(x) = 2e^x,$$

che soddisfino la condizione

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{e^{2x}} = 0.$$

4. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 1} [\cos(\log x)]^{\frac{1}{(x-1)^2}}.$$

5. Sia  $\{a_n\}$  una successione infinitesima di numeri reali positivi. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

A)  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$  converge;

C)  $\sum_{n=1}^{+\infty} b_n$  converge  $\implies b_n \sim a_n^2$ ;

B)  $b_n \sim \sqrt{a_n} \implies \sum_{n=1}^{+\infty} b_n$  diverge;

D)  $b_n \sim a_n^2 \implies \sum_{n=1}^{+\infty} b_n$  converge.



Appello del

3 Luglio 2014

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare, al variare di  $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm 2\}$ , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n}{|x^2 - 4|^{n(n+1)^2}}.$$

2. Calcolare la primitiva della funzione  $f(x) = \cot^2(2x) \cos(2x)$  che vale 2 in  $x_0 = \pi/4$ .

3. Determinare eventuali soluzioni della seguente equazione differenziale

$$y''(x) + 5y'(x) + 6y(x) = 4e^{-2x},$$

che soddisfino la condizione

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{y(x)}{e^{-3x}} = 0.$$

4. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} [\sin(e^x - 1)]^{\frac{1}{\log x}}.$$

5. Sia  $\{b_n\}$  una successione infinita di numeri reali positivi. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

A)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{b_n}$  converge;

C)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$  converge  $\implies a_n \sim b_n^2$ ;

B)  $a_n \sim \sqrt{b_n} \implies \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$  diverge;

D)  $a_n \sim b_n^2 \implies \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a_n}$  converge.



Appello del

3 Luglio 2014

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare, al variare di  $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pm\sqrt{6}\}$ , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{3^n}{|x^2 - 6|^n (n^2 + 1)}.$$

2. Calcolare la primitiva della funzione  $f(x) = \cot^2(x/2) \cos(x/2)$  che vale  $-5$  in  $x_0 = \pi$ .

3. Determinare eventuali soluzioni della seguente equazione differenziale

$$y''(x) + 3y'(x) + 2y(x) = 4e^{-x},$$

che soddisfino la condizione

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{y(x)}{e^{-2x}} = 0.$$

4. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} [\sinh^2(e^x - 1)]^{-\frac{1}{2 \log x}}.$$

5. Sia  $\{b_n\}$  una successione infinita di numeri reali positivi. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$$\begin{array}{ll} A) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{b_n} \text{ converge;} & C) a_n \sim \sqrt{b_n} \implies \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a_n} \text{ diverge;} \\ B) a_n \sim b_n^2 \implies \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a_n} \text{ converge;} & D) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{a_n} \text{ converge} \implies a_n \sim b_n^2. \end{array}$$



Appello del

3 Luglio 2014

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare, al variare di  $x \in \mathbb{R}$ , il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{|2x^2 - 5|^n}{3^n(n-1)}.$$

2. Calcolare la primitiva della funzione  $f(x) = \tan^2(x/2) \sin(x/2)$  che vale 1 in  $x_0 = 0$ .

3. Determinare eventuali soluzioni della seguente equazione differenziale

$$y''(x) - 5y'(x) + 6y(x) = 2e^{2x},$$

che soddisfino la condizione

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x)}{e^{3x}} = 0.$$

4. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 1} [\cosh(\log^2 x)]^{\frac{1}{(x-1)^4}}.$$

5. Sia  $\{a_n\}$  una successione infinitesima di numeri reali positivi. Stabilire, giustificando la risposta, quali tra le seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle false:

$$\begin{array}{ll} A) \sum_{n=1}^{+\infty} a_n \text{ converge;} & C) b_n \sim \sqrt{a_n} \implies \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \text{ diverge;} \\ B) b_n \sim a_n^2 \implies \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \text{ converge;} & D) \sum_{n=1}^{+\infty} b_n \text{ converge} \implies b_n \sim a_n^2. \end{array}$$

