ANALISI I (h. 2.30)	**TEMA A**
Appello del	Cognome e nome (in stampatello)
3 Luglio 2015	Corso di laurea in Ingegneria Meccanica ☐
	Corso di laurea in Ingegneria Energetica ☐

VALUTAZIONE

1. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{\mathrm{e}^{-n(2x-1)}}{\sqrt[4]{n}}\,,$$

al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$.

---

2. Stabilire se, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, il seguente intergale improprio

$$\int_{1/2}^{1}\frac{[\sin(1-x)]^{-2\alpha+1}}{|\log(1-x)|^{3\alpha-2}}\,dx$$

converge.

---

3. Determinare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = y(x)[y(x)+3]\,, \\ y(0) = \lambda\,. \end{cases}$$

---

4. Stabilire l'ordine di infinitesimo per $x \to +\infty$ della funzione

$$f(x) = \sin\frac{1}{x} + \log\left(1-\frac{1}{x}\right) + \exp(\frac{1}{2x^2}) - \sqrt{1-\frac{1}{x^3}}\,,$$

rispetto all'infinitesimo campione $1/x$.

---

5. Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri reali tali che la serie $\sum a_n^2$ risulti essere convergente, e $a_n \neq -3$, per ogni $n \in \mathbb{N}$. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire un controesempio per quelle false:

$A)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}|a_n| = +\infty\,;$

$B)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\sqrt{1+|a_n|} = +\infty\,;$

$C)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}a_n^2(1+|a_n|)$ converge;

$D)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{2+a_n^2}{3+a_n}$ converge.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **3 Luglio 2015**	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica ☐ Corso di laurea in Ingegneria Energetica ☐

VALUTAZIONE ☐

1. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{\mathrm{e}^{-n(x+2)}}{\sqrt{n}} \,,$$

al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$.

---

2. Stabilire se, al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$, il seguente intergale improprio

$$\int_1^{3/2} \frac{[\sin(2x-2)]^{3-\alpha}}{|\log(x-1)|^{\alpha/2-1}} \, dx$$

converge.

---

3. Determinare, al variare di $\lambda \in \mathbb{R}$, la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = -y(x)[4 + y(x)] \,, \\ y(0) = \lambda \,. \end{cases}$$

---

4. Stabilire l'ordine di infinitesimo per $x \to +\infty$ della funzione

$$f(x) = 2\sin\frac{1}{2x} + \log\left(1 - \frac{1}{2x^2}\right) + \exp(-\frac{1}{x}) - \sqrt[3]{1 - \frac{5}{8x^3}} \,,$$

rispetto all'infinitesimo campione $1/x$.

---

5. Sia $\{a_n\}$ una successione di numeri reali tali che la serie $\sum a_n$ risulti essere assolutamente convergente, cioè $\sum |a_n| < +\infty$, e $a_n \neq -2$, per ogni $n \in \mathbb{N}$. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire un controesempio per quelle false:

$A)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} a_n^2 < +\infty$;

$B)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{|a_n|} < +\infty$;

$C)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{1+|a_n|}$ converge assolutamente;

$D)$ $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1+a_n}{2+a_n}$ converge.