

Appello del

4 Febbraio 2014

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{2|x-1|} & \text{se } x > 0, \\ \sqrt{2} & \text{se } x = 0, \\ \frac{\log[1 + \sin^2(\sqrt{2}x)]}{\sqrt{x^4 - 3x^7}} & \text{se } x < 0; \end{cases}$$

determinare e classificare i suoi punti di discontinuità e i suoi punti di non derivabilità.

2. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[n^{\frac{1}{n+2}} - \cosh \sqrt{\frac{2 \log n}{n+2}} \right] \sqrt{n}.$$

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - \frac{3x+1}{1+\tan^2[y(x)]} = 0, \\ y(1) = \pi/4 \end{cases}$$

4. Stabilire per quali valori di $\alpha > 0$ l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{(1+5x^2+x^4)^{3/4} - 1}{\sin[(x+x^2/7)^{2\alpha}]} dx$$

esiste finito.

5. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ una funzione tale che $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire un controesempio per quelle false:

- (A) se $f(x) \sim \frac{1}{x}$ per $x \rightarrow +\infty$, allora $\int_1^{+\infty} f(x^2) dx$ converge;
 (B) se $f(x) = o\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ per $x \rightarrow +\infty$, allora $\int_1^{+\infty} f(x^2) dx$ converge;
 (C) se $f(x) \sim x$ per $x \rightarrow 0$, allora $\int_1^{+\infty} f\left(\frac{1}{x}\right) dx$ diverge;
 (D) se $f(x) \sim (x^3)$ per $x \rightarrow 0$, allora $\int_1^{+\infty} f\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$ diverge;



Appello del

4 Febbraio 2014

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sin |x - \pi/2| & \text{se } x > 0, \\ 3 & \text{se } x = 0, \\ \frac{\sin [\log(1 + x^2)]}{\sqrt{x^4 - x^5}} & \text{se } x < 0; \end{cases}$$

determinare e classificare i suoi punti di discontinuità e i suoi punti di non derivabilità.

2. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\cos \sqrt{\frac{2 \log(n+4)}{n+4}} - (n+4)^{-\frac{1}{n+4}} \right] n.$$

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + \frac{3x^2 + 2x}{\sqrt{3}} \cos^2[y(x)] = 0, \\ y(1) = -\pi/3 \end{cases}$$

4. Stabilire per quali valori di $\alpha > 0$ l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\log \left[1 + \left(\frac{1}{x^7 + x^9} \right)^\alpha \right]}{\left(1 + \frac{2}{2x^2 + 3x^4} \right)^{2/3} - 1} dx$$

esiste finito.

5. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ una funzione tale che $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire un controesempio per quelle false:

- (A) se $f(x) \sim \sqrt{x}$ per $x \rightarrow 0$, allora $\int_1^{+\infty} f\left(\frac{1}{x^2}\right) dx$ converge;
 (B) se $f(x) = o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$, allora $\int_1^{+\infty} f\left(\frac{1}{x}\right) dx$ converge;
 (C) se $f(x) = o\left(\frac{1}{x}\right)$ per $x \rightarrow +\infty$, allora $\int_1^{+\infty} f(x) dx$ diverge
 (D) se $f(x) \sim \frac{1}{x^2}$ per $x \rightarrow +\infty$, allora $\int_1^{+\infty} f(\sqrt{x}) dx$ diverge



1. Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin [e^{\pi x^2/4} - 1]}{\sqrt[3]{x^6 + x^8}} & \text{se } x > 0, \\ \sqrt{3} & \text{se } x = 0, \\ \left| \arctan \left(\frac{x+2}{2} \right) \right| & \text{se } x < 0; \end{cases}$$

determinare e classificare i suoi punti di discontinuità e i suoi punti di non derivabilità.

2. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[(n+2)^{-\frac{1}{n+2}} - \cos \sqrt{\frac{2 \log(n+2)}{n+2}} \right] n.$$

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) + \frac{\sqrt{3}x^2 + 2x}{\sqrt{3}} \cos^2[y(x)] = 0, \\ y(1) = -\pi/6 \end{cases}$$

4. Stabilire per quali valori di $\alpha > 0$ l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{\left[\log \left(1 + \frac{1}{x^3 + 3x^5} \right) \right]^\alpha}{\left(1 + \frac{4}{2x + 3x^3} \right)^{6/5} - 1} dx$$

esiste finito.

5. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ una funzione tale che $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire un controesempio per quelle false:

- (A) se $f(x) \sim \sqrt{x}$ per $x \rightarrow 0$, allora $\int_1^{+\infty} f\left(\frac{1}{x^2}\right) dx$ converge;
 (B) se $f(x) = o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$, allora $\int_1^{+\infty} f\left(\frac{1}{x}\right) dx$ converge;
 (C) se $f(x) = o\left(\frac{1}{x}\right)$ per $x \rightarrow +\infty$, allora $\int_1^{+\infty} f(x) dx$ diverge
 (D) se $f(x) \sim \frac{1}{x^2}$ per $x \rightarrow +\infty$, allora $\int_1^{+\infty} f(\sqrt{x}) dx$ diverge



Appello del

4 Febbraio 2014

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Data la funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\sqrt{2}\sin x} - 1}{\sqrt[3]{x^3 + x^4}} & \text{se } x > 0, \\ 2 & \text{se } x = 0, \\ \sqrt[3]{8|x+1|} & \text{se } x < 0; \end{cases}$$

determinare e classificare i suoi punti di discontinuità e i suoi punti di non derivabilità.

2. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\cosh \sqrt{\frac{2 \log(n+3)}{n}} - (n+3)^{\frac{1}{n}} \right] \sqrt{n}.$$

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) - \frac{2\sqrt{3}x + 2}{1 + \tan^2[y(x)]} = 0, \\ y(1) = \pi/3 \end{cases}$$

4. Stabilire per quali valori di $\alpha > 0$ l'integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{(1 + x^3 + 3x^5)^{7/5} - 1}{[\sin(x + x^3/5)]^{5\alpha/4}} dx$$

esiste finito.

5. Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ una funzione tale che $f \in \mathcal{C}^0(\mathbb{R})$. Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire un controesempio per quelle false:

(A) se $f(x) \sim \frac{1}{x}$ per $x \rightarrow +\infty$, allora $\int_1^{+\infty} f(x^2) dx$ converge;

(B) se $f(x) = o\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ per $x \rightarrow +\infty$, allora $\int_1^{+\infty} f(x^2) dx$ converge;

(C) se $f(x) \sim x$ per $x \rightarrow 0$, allora $\int_1^{+\infty} f\left(\frac{1}{x}\right) dx$ diverge;

(D) se $f(x) \sim (x^3)$ per $x \rightarrow 0$, allora $\int_1^{+\infty} f\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx$ diverge;

