

CALCOLO DIFF. e INT. I+II (h. 3)

ANALISI I (h. 2.30)

Appello del 4 Marzo 2011

TEMA A

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

Barrare la casella corrispondente all'esame e al corso di laurea di competenza.

Gli studenti che sostengono l'esame di Analisi I NON devono svolgere l'esercizio n. 6.

1. Per ogni $n \in \mathbb{N}$, calcolare

$$I_n := \int_0^n x \frac{e^x}{(e^x + 1)^2} dx.$$

Calcolare, poi, il $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.

2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$e^{\operatorname{Re}(z)} |e^{iz}| < 1$$

e rappresentarle graficamente nel piano complesso.

3. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 4y(x) = x^2,$$

che coincidono nei punti $x = 0$ e $x = \pi/4$.

4. Stabilire, al variare del parametro reale α , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left(\sqrt[3]{1 + \frac{1}{n^{\alpha^2}}} - 1 \right)^{\alpha+2}}{n}.$$

5. Sia $f \in C^2(\mathbb{R})$ tale che $f(0) = f'(0) = f''(0) = 0$. Stabilire, motivando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono *sempre* vere e fornire un controesempio per quelle false:

- a) 0 è un punto di flesso per f ;
- b) f ha ordine di infinitesimo 2 per $x \rightarrow 0$;
- c) 0 è un punto di minimo o di massimo per f ;
- d) $f(x) = o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$.

6. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2 + x^3y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$



CALCOLO DIFF. e INT. I+II (h. 3)

ANALISI I (h. 2.30)

Appello del 4 Marzo 2011

TEMA B

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

Barrare la casella corrispondente all'esame e al corso di laurea di competenza.

Gli studenti che sostengono l'esame di Analisi I NON devono svolgere l'esercizio n. 6.

1. Per ogni $n \in \mathbb{N}$, calcolare

$$I_n := \int_{1/n}^1 \frac{2}{x^3} \log(1+x^2) dx.$$

Calcolare, poi, il $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.

2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$|e^{Im(z)/z}| > 1$$

e rappresentarle graficamente nel piano complesso.

3. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$4y''(x) - y(x) = 3x^2,$$

che coincidono nei punti $x = 1$ e $x = -1$.

4. Stabilire, al variare del parametro reale α , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{\alpha-1}}{\left(\sqrt[5]{1 + \frac{1}{n}} - 1\right)^{\alpha^2}}.$$

5. Sia $f \in C^1(\mathbb{R})$ tale che $f(0) = f'(0) = 0$. Stabilire, motivando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono *sempre* vere e fornire un controesempio per quelle false:

- a) la retta tangente al grafico di f in $x = 0$ è parallela alla retta $y = 5$;
- b) f ha ordine di infinitesimo 1 per $x \rightarrow 0$;
- c) 0 è un punto di minimo o di massimo per f ;
- d) $f(x) = o(x)$ per $x \rightarrow 0$.

6. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2 + x^3y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$



CALCOLO DIFF. e INT. I+II (h. 3)

ANALISI I (h. 2.30)

Appello del 4 Marzo 2011

TEMA C

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

Barrare la casella corrispondente all'esame e al corso di laurea di competenza.

Gli studenti che sostengono l'esame di Analisi I NON devono svolgere l'esercizio n. 6.

1. Per ogni $n \in \mathbb{N}$, calcolare

$$I_n := \int_{1/n}^1 \frac{1}{x^2} \log(1+x) dx.$$

Calcolare, poi, il $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.

2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$|e^{i(\operatorname{Im}(z)+1)/z}| > e$$

e rappresentarle graficamente nel piano complesso.

3. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$2y''(x) - y(x) = x^2/4,$$

che coincidono nei punti $x = \sqrt{2}$ e $x = -\sqrt{2}$.

4. Stabilire, al variare del parametro reale α , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{2\alpha}}{\left(\sqrt[6]{1 + \frac{1}{n}} - 1\right)^{\alpha^2 - 1}}.$$

5. Sia $f \in C^1(\mathbb{R})$ tale che $f(0) = f'(0) = 0$. Stabilire, motivando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono *sempre* vere e fornire un controesempio per quelle false:

- a) f ha ordine di infinitesimo 1 per $x \rightarrow 0$;
- b) la retta tangente al grafico di f in $x = 0$ è parallela alla retta $y = 5$;
- c) $f(x) = o(x)$ per $x \rightarrow 0$;
- d) 0 è un punto di minimo o di massimo per f .

6. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2 + x^3y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$



CALCOLO DIFF. e INT. I+II (h. 3)

ANALISI I (h. 2.30)

Appello del 4 Marzo 2011

TEMA D

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

Barrare la casella corrispondente all'esame e al corso di laurea di competenza.

Gli studenti che sostengono l'esame di Analisi I NON devono svolgere l'esercizio n. 6.

1. Per ogni $n \in \mathbb{N}$, calcolare

$$I_n := \int_0^n x \frac{e^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2} dx.$$

Calcolare, poi, il $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.

2. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$e^{\operatorname{Re}(z)} |e^{2iz}| < e$$

e rappresentarle graficamente nel piano complesso.

3. Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 9y(x) = 5x^2,$$

che coincidono nei punti $x = 0$ e $x = \pi/6$.

4. Stabilire, al variare del parametro reale α , il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left(\sqrt[4]{1 + \frac{1}{n^{\alpha^2+4}}} - 1 \right)^\alpha}{n}.$$

5. Sia $f \in C^2(\mathbb{R})$ tale che $f(0) = f'(0) = f''(0) = 0$. Stabilire, motivando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono *sempre* vere e fornire un controesempio per quelle false:

- a) f ha ordine di infinitesimo 2 per $x \rightarrow 0$;
- b) 0 è un punto di minimo o di massimo per f ;
- c) 0 è un punto di flesso per f ;
- d) $f(x) = o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$.

6. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy^2 + x^3y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

