

Appello del

4 Luglio 2012

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^2 - 2\sqrt{3}iz - 4 = 0.$$

Indicate, inoltre, con z_1, z_2 le soluzioni della precedente equazione, calcolare $\sqrt{z_1^5}$ e $\sqrt{z_2^5}$ ed esprimere il risultato in forma algebrica.

2. Determinare l'ordine di infinitesimo, per $x \rightarrow 0$, della funzione

$$f(x) = 1 + \sin(2x^{2/3}) - \cos\left(2\sqrt{\frac{2}{3}}x\right) - 2x^{2/3}.$$

3. Determinare, al variare del parametro reale λ , la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = y^2(x) - 1, \\ y(0) = \lambda. \end{cases}$$

4. Si consideri la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin(2x) - \sin x.$$

Determinare gli eventuali estremanti relativi e assoluti in $[0, 2\pi]$.

5. Supponiamo che $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ siano due successioni di numeri positivi tali che $a_n \sim n^2$ e $b_n \sim \frac{1}{n}$. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono corrette

$$\begin{array}{ll} a) \sum_{n=1}^{+\infty} \log\left(1 + \frac{b_n}{a_n}\right) & \text{converge;} \\ b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{1 + a_n b_n} & \text{converge;} \\ c) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n b_n}{1 + b_n a_n} & \text{diverge;} \\ d) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n b_n^2}{1 + a_n^2 b_n} & \text{diverge.} \end{array}$$

Fornire un controesempio per quelle false.



Appello del

4 Luglio 2012

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^2 + 2\sqrt{3}iz - 4 = 0.$$

Indicate, inoltre, con z_1, z_2 le soluzioni della precedente equazione, calcolare $\sqrt{z_1^3}$ e $\sqrt{z_2^3}$ ed esprimere il risultato in forma algebrica.

2. Determinare l'ordine di infinitesimo, per $x \rightarrow 0$, della funzione

$$f(x) = 1 - \cos(2x^{2/5}) + \sin(\sqrt[3]{12}x^{4/15}) - \sqrt[3]{12}x^{4/15}.$$

3. Determinare, al variare del parametro reale λ , la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = 1 - 4y^2(x), \\ y(0) = \lambda. \end{cases}$$

4. Si consideri la funzione $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \frac{1}{2} \cos(2x) + \cos x.$$

Determinare gli eventuali estremanti relativi e assoluti in $[0, 2\pi]$.

5. Supponiamo che $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ siano due successioni di numeri positivi tali che $a_n \sim n^2$ e $b_n \sim \frac{1}{n}$. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono corrette

$$\begin{array}{ll} a) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n b_n^2}{1 + a_n^2 b_n} \text{ diverge;} & b) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n b_n}{1 + b_n a_n} \text{ diverge;} \\ c) \sum_{n=1}^{+\infty} \log \left(1 + \frac{b_n}{a_n} \right) \text{ converge;} & d) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{1 + a_n b_n} \text{ converge.} \end{array}$$

Fornire un controesempio per quelle false.

