ANALISI 1 - II modulo/A 4 dicembre 2007	cognome e nome	matricola

E1. Calcolare

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(1+x)y^2+(1+y^2)x^2}{x^2+y^2}\,.$$

E2. Stabilire al variare del parametro $\alpha > 0$ se il seguente integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{x\log(1+x^\alpha)}{(x^4+x^2)^\alpha}\;dx\,,$$

esiste finito.

E3. Determinarne la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{4x^3+2x}{\sqrt{y(x)}}\,; \\ y(0) = 1\,. \end{cases}$$

D1. Sia $f : I\!R^2 \to I\!R$ una funzione tale che $f(1,2) = 3 = \max f$. Stabilire se ciascuna delle seguenti affermazioni è corretta o meno, giustificando la risposta:

a) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,2)} f(x,y) = 3$;

b) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,2)} f(x,y) = 3$ se f è continua in $(1,2)$;

c) $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(1,2)} f(x,y) = 3$ se f è derivabile in $(1,2)$;

d) $\displaystyle\lim_{x\to1^-} f(x,2) = 3$ se f è monotona rispetto ad x.

Tempo: 2.00 ore

ANALISI 1 - II modulo/B 4 dicembre 2007	cognome e nome	matricola

E1. Calcolare

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{(x^2+2y)y+(2+y)x^2}{x^2+y^2}\,.$$

E2. Stabilire al variare del parametro $\alpha > 0$ se il seguente integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{x^{2\alpha}(1+x^2)}{(x^3+x)^\alpha \log(1+x^3)}\,dx\,,$$

esiste finito.

E3. Determinarne la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \dfrac{2\sin x}{3\sqrt{y(x)+1}}\,; \\ y(0) = 3\,. \end{cases}$$

D1. Sia $f : I\!R^2 \to I\!R$ una funzione continua nel punto $(-1,0)$. Stabilire se ciascuna delle seguenti affermazioni è corretta o meno, giustificando la risposta:

a) $\lim\limits_{(x,y)\to(-1,0)} f(x,y)$ non esiste;

b) f è differenziabile in $(-1,0)$;

c) f è derivabile in $(-1,0)$;

d) $\lim\limits_{(x,y)\to(-1,0)} f(x,y)$ esiste finito.

Tempo: 2.00 ore