

1. Calcolare

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(1+x)y^2 + (1+y^2)x^2}{x^2 + y^2}.$$

2. Calcolare

$$\iint_E \frac{\cos x}{y^2} dx dy,$$

dove $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \pi/2, 1 \leq y \leq 1 + \sin x\}$.

3. Determinarne la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{4x^3 + 2x}{\sqrt{y(x)}}; \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

4. Sia $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione tale che $f(1, 2) = 3 = \max f$. Stabilire se ciascuna delle seguenti affermazioni è corretta o meno, giustificando la risposta:

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} f(x, y) = 3;$

c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} f(x, y) = 3$ se f è derivabile in $(1, 2);$

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,2)} f(x, y) = 3$ se f è continua in $(1, 2);$

d) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x, 2) = 3$ se f è monotona rispetto ad $x.$

