

1. Studiare la convergenza semplice e assoluta, per $x \in \mathbb{R}$, della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sin \left[\left(\frac{2x}{x^2 + 1} \right)^n \right].$$

2. Calcolare

$$\int_{-5}^{20} \sqrt{x+5} e^{\sqrt{x+5}} dx.$$

3. Calcolare, per $x > 0$, il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{y_n^2(x) - 2}{\log \left(1 + \frac{x}{n+1} \right)},$$

dove, per $n \in \mathbb{N}$, $y_n(x)$ è la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y_n(x)y_n'(x) = \frac{y_n^2(x) + 1}{x^2 + n}, \\ y_n(0) = \sqrt{2}. \end{cases}$$

4. Determinare lo sviluppo di Taylor al quinto ordine della funzione

$$f(x) = \log \left(\frac{x}{2} \right) \sin^2(x - 2)$$

in $x = 2$.

5. Sia $f \in \mathcal{C}^\infty(\mathbb{R})$ una funzione tale che $f(x) = 1 + 6x^2 + o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$. Stabilire se la funzione $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} \int_0^x [f(\sqrt{t}) - 1] dt & \text{per } x > 0; \\ 3 & \text{per } x \leq 0, \end{cases}$$

sia continua nell'origine.



1. Studiare la convergenza, per $x \in \mathbb{R}$, della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \log \left[1 + \left(\frac{4x^2}{x^4 + 4} \right)^n \right].$$

2. Calcolare

$$\int_{-1}^3 \sqrt{x+1} \sin(\sqrt{x+1}) dx.$$

3. Calcolare, per $x > 0$, il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{y_n(x) + 1}{\sin^2 \left(\sqrt{\frac{x}{2n+1}} \right)},$$

dove, per $n \in \mathbb{N}$, $y_n(x)$ è la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} e^{y_n(x)+1} y_n'(x) - \frac{1}{x^2 + n} = 0, \\ y_n(0) = -1. \end{cases}$$

4. Determinare lo sviluppo di Taylor al settimo ordine della funzione

$$f(x) = (e^x - e) \{ \cos [2(x-1)] - 1 \}^2$$

in $x = 1$.

5. Sia $f \in C^0(\mathbb{R})$ una funzione tale che $f(x) = -2 + x^{2/3} + o(x^{2/3})$ per $x \rightarrow 0$. Stabilire se la funzione $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^3} \int_0^x [2 + f(t^3)] dt & \text{per } x < 0; \\ 1/3 & \text{per } x \geq 0, \end{cases}$$

sia continua nell'origine.



Appello del

5 Giugno 2014

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Studiare la convergenza, per $x \in \mathbb{R}$, della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \log \left[1 + \left(\frac{2x^2}{x^4 + 1} \right)^n \right].$$

2. Calcolare

$$\int_{-1/2}^4 \sqrt{2x+1} \sin(\sqrt{2x+1}) dx.$$

3. Calcolare, per $x > 0$, il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{y_n(x) - 2}{\sin^2 \left(\sqrt{\frac{2x}{n^2+1}} \right)},$$

dove, per $n \in \mathbb{N}$, $y_n(x)$ è la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} e^{y_n(x)-2} y_n'(x) - \frac{1}{x^2 + n^2} = 0, \\ y_n(0) = 2. \end{cases}$$

4. Determinare lo sviluppo di Taylor al settimo ordine della funzione

$$f(x) = (e^{x-3} - e) [\cosh(x-4) - 1]^2$$

in $x = 4$.

5. Sia $f \in C^0(\mathbb{R})$ una funzione tale che $f(x) = -2 + x^{2/3} + o(x^{2/3})$ per $x \rightarrow 0$. Stabilire se la funzione $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^3} \int_0^x [2 + f(t^3)] dt & \text{per } x < 0; \\ 1/3 & \text{per } x \geq 0, \end{cases}$$

sia continua nell'origine.



1. Studiare la convergenza semplice e assoluta, per $x \in \mathbb{R}$, della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \sin \left[\left(\frac{4x}{x^2 + 4} \right)^n \right].$$

2. Calcolare

$$\int_{-3}^5 \sqrt{2x+6} e^{\sqrt{2x+6}} dx.$$

3. Calcolare, per $x > 0$, il seguente limite

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{y_n^2(x) - 4}{\log \left(1 + \frac{x}{2n^2+1} \right)},$$

dove, per $n \in \mathbb{N}$, $y_n(x)$ è la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} 2y_n(x)y_n'(x) = \frac{y_n^2(x) + 2}{x^2 + n^2}, \\ y_n(0) = 2. \end{cases}$$

4. Determinare lo sviluppo di Taylor al quinto ordine della funzione

$$f(x) = \log \left(\frac{x}{3} \right) \sinh^2(x - 3)$$

in $x = 3$.

5. Sia $f \in \mathcal{C}^\infty(\mathbb{R})$ una funzione tale che $f(x) = 1 + 6x^2 + o(x^2)$ per $x \rightarrow 0$. Stabilire se la funzione $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} \int_0^x [f(\sqrt{t}) - 1] dt & \text{per } x > 0; \\ 3 & \text{per } x \leq 0, \end{cases}$$

sia continua nell'origine.

