ANALISI I (h. 2.30) Appello del **7 Febbraio 2020**	**TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$|\overline{z}+1| - 3|z|^2 + 2Re(z) = 5i\,.$$

---

2. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(2n^2+1)3^n}{[\log(1+2|x|)]^n}\,,$$

al variare del parametro reale $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

---

3. Stabilire l'ordine di infinitesimo, per $x \to +\infty$, della funzione

$$f(x) = \log\left(1+\frac{1}{x}\right) - \sin\left(\frac{1}{x}\right) - \exp\left(\frac{1}{2x^3}\right) + \sqrt{1+\frac{1}{x^2}}\,,$$

rispetto all'infinitesimo campione $\frac{1}{x}$.

---

4. Determinare la eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 4y(x) = 2\,,$$

che soddisfano le condizioni

$$y(0) = 0 \qquad \text{e} \qquad y(\pi/2) = 1\,.$$

5.

1. Data una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, discutere le relazioni tra continuità e derivabilità di f in un punto $x_0 \in \mathbb{R}$.
Fornire un esempio di funzione con un flesso a tangente verticale in $x = 1$ e un esempio di funzione con un punto angoloso in $x = -1$.

2. **Facoltativo:** stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire dei controesempi per quelle errate:

1) Se f è derivabile in $\mathbb{R}$, allora $\lim_{x\to 2} f(x) = f(2)\,;$

2) Se f è continua in $\mathbb{R}$, allora $\lim_{x\to 2} f'(x) = f'(2)\,;$

3) Se f è derivabile in $\mathbb{R}$, allora $\lim_{x\to 2} \dfrac{f(x)-f(2)}{x^2-4}$ esiste finito.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **7 Febbraio 2020**	**TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$|z-1| + 4|\overline{z}|^2 + 5Im(z) = 3i\,.$$

---

2. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3n^2+n+1)2^n}{[\log(1+3|x|)]^n}\,,$$

al variare del parametro reale $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

---

3. Stabilire l'ordine di infinitesimo, per $x \to +\infty$, della funzione

$$f(x) = 2\sin\left(\frac{1}{x}\right) - \log\left(1+\frac{2}{x}\right) + \exp\left(\frac{3}{x^3}\right) - \sqrt{1+\frac{4}{x^2}}\,,$$

rispetto all'infinitesimo campione $\frac{1}{x}$.

---

4. Determinare la eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) + y(x) = 2\,,$$

che soddisfano le condizioni

$$y(-\pi/2) = 4 \qquad \text{e} \qquad y(\pi/2) = 0\,.$$

5.

1. Data una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, discutere le relazioni tra continuità e derivabilità di f in un punto $x_0 \in \mathbb{R}$.
Fornire un esempio di funzione con un flesso a tangente verticale in $x = 1$ e un esempio di funzione con un punto angoloso in $x = -1$.

2. **Facoltativo:** stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire dei controesempi per quelle errate:

1) Se f è derivabile in $\mathbb{R}$, allora $\displaystyle\lim_{x\to-2} \frac{f(x)-f(-2)}{x^2-4}$ esiste finito;

2) Se f è derivabile in $\mathbb{R}$, allora $\displaystyle\lim_{x\to-2} |x+2|f(x) = 0$

3) Se f è continua in $\mathbb{R}$, allora $\displaystyle\lim_{x\to-2} f'(x) = f'(-2)$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **7 Febbraio 2020**	**TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$|\overline{z} - 1|^2 - 5|z| + 2Im(z) = -3i\,.$$

---

2. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(n^2+4)2^n}{[\log(1+2|x|)]^n},$$

al variare del parametro reale $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

---

3. Stabilire l'ordine di infinitesimo, per $x \to +\infty$, della funzione

$$f(x) = \sqrt{1+\frac{2}{x^2}} - \sin\left(\frac{2}{x}\right) - \exp\left(\frac{2}{x^3}\right) + 2\log\left(1+\frac{1}{x}\right),$$

rispetto all'infinitesimo campione $\frac{1}{x}$.

---

4. Determinare la eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 9y(x) = 3\,,$$

che soddisfano le condizioni

$$y(0) = 0 \qquad \text{e} \qquad y(\pi/3) = 2/3\,.$$

5.

1. Data una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, discutere le relazioni tra continuità e derivabilità di f in un punto $x_0 \in \mathbb{R}$.
Fornire un esempio di funzione con un flesso a tangente verticale in $x = 1$ e un esempio di funzione con un punto angoloso in $x = -1$.

2. **Facoltativo:** stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire dei controesempi per quelle errate:

1) Se f è derivabile in $\mathbb{R}$, allora $\displaystyle\lim_{x\to -2} \frac{f(x)-f(-2)}{x^2-4}$ esiste finito;

2) Se f è derivabile in $\mathbb{R}$, allora $\displaystyle\lim_{x\to -2} |x+2|f(x) = 0$

3) Se f è continua in $\mathbb{R}$, allora $\displaystyle\lim_{x\to -2} f'(x) = f'(-2)$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **7 Febbraio 2020**	**TEMA D** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$|z+1|^2 - 3|\overline{z}| - 6Re(z) = 2i\,.$$

---

2. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3n^2+n+2)4^n}{[\log(1+3|x|)]^n},$$

al variare del parametro reale $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

---

3. Stabilire l'ordine di infinitesimo, per $x \to +\infty$, della funzione

$$f(x) = \sqrt{1+\frac{4}{x^2}} - \exp\left(\frac{4}{x^3}\right) - \sin\left(\frac{2}{x}\right) + \log\left(1+\frac{2}{x}\right)\,,$$

rispetto all'infinitesimo campione $\frac{1}{x}$.

---

4. Determinare la eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 16y(x) = 4\,,$$

che soddisfano le condizioni

$$y(-\pi/8) = 1/2 \qquad \text{e} \qquad y(\pi/8) = 0\,.$$

5.

1. Data una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, discutere le relazioni tra continuità e derivabilità di f in un punto $x_0 \in \mathbb{R}$.
Fornire un esempio di funzione con un flesso a tangente verticale in $x = 1$ e un esempio di funzione con un punto angoloso in $x = -1$.

2. **Facoltativo:** stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire dei controesempi per quelle errate:

1) Se f è derivabile in $\mathbb{R}$, allora $\lim_{x\to 2} f(x) = f(2)$;

2) Se f è continua in $\mathbb{R}$, allora $\lim_{x\to 2} f'(x) = f'(2)$;

3) Se f è derivabile in $\mathbb{R}$, allora $\lim_{x\to 2} \dfrac{f(x)-f(2)}{x^2-4}$ esiste finito.