

ANALISI I (h. 2.30) Appello del 7 Giugno 2019	TEMA A Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Meccanica <input type="checkbox"/> Corso di laurea in Ingegneria Energetica <input type="checkbox"/>
	VALUTAZIONE

1. Determinare tutti i numeri $z \in \mathbb{C}$ che soddisfano la relazione

$$e^{-Im(z^2)} < e^{|z|^2},$$

e rappresentarli nel piano complesso.

2. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log \left[\cos \left(\frac{2}{n^2} \right) \right]}{\log \left(e^{1/n^3} \right)}.$$

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = \frac{y^2(x)}{x \log^2 x}, \\ y(e) = 1. \end{cases}$$

4. Determinare i punti di massimo e minimo relativi e assoluti della funzione $f(x) = \tan^2 x - 2 \tan x$, nell'intervallo $[0, \pi/3]$.

5.

- i) Discutere le relazione che intercorrono tra il concetto di continuità e quello di derivabilità, fornendo esempi e controesempi. Enunciare e dimostrare il principale teorema che lega queste due proprietà.
 ii) **Facoltativo:** Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono vere, giustificando la risposta, e fornire un controesempio per quelle false:

a) f derivabile in $x = 0 \implies \lim_{x \rightarrow 0} f'(\sin x) = f'(0)$;

b) f continua in $x = 0 \implies \lim_{x \rightarrow 0} f(\log(1+x)) = f(0)$;

c) f discontinua in $x = 0$ e $a_n \rightarrow 0$ per $n \rightarrow +\infty \implies \lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) \neq f(0)$.

Appello del

7 Giugno 2019

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Meccanica

1. Determinare tutti i numeri $z \in \mathbb{C}$ che soddisfano la relazione

$$e^{-Im(z^2)} > e^{-|z|^2},$$

e rappresentarli nel piano complesso.

2. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\log(e^{-2/n^4})}{\log[\cos(\frac{1}{n})]}.$$

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) = y^2(x)(x \log x), \\ y(1) = 4. \end{cases}$$

4. Determinare i punti di massimo e minimo relativi e assoluti della funzione $f(x) = \sin^2 x - \sqrt{2} \sin x$, nell'intervallo $[0, \pi/3]$.

5.

- i) Discutere le relazione che intercorrono tra il concetto di continuità e quello di derivabilità, fornendo esempi e controesempi. Enunciare e dimostrare il principale teorema che lega queste due proprietà.
- ii) **Facoltativo:** Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono vere, giustificando la risposta, e fornire un controesempio per quelle false:

a) f derivabile in $x = 0 \implies \lim_{x \rightarrow 0} f'(\sin x) = f'(0)$;

b) f continua in $x = 0 \implies \lim_{x \rightarrow 0} f(\log(1+x)) = f(0)$;

c) f discontinua in $x = 0$ e $a_n \rightarrow 0$ per $n \rightarrow +\infty \implies \lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) \neq f(0)$.

