

8 novembre 2002

**E1.** Sia assegnata la successione

$$a_n(\alpha) = n^{2\alpha} \arctan \frac{3}{n^{\alpha+1}} \quad n \in \mathbb{N}, \alpha \in \mathbb{R}.$$

**E1.1\*** Calcolare il  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n(1)$ .

**E1.2** Calcolare il  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n(\alpha)$ , al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

---

**E2.** Sia data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{|x^2 - 1|} + 1 & \text{se } x \geq 0, \\ \frac{e^{2x} - 1}{x} & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

**E2.1\*** Stabilire se  $f$  è continua in  $x = 0$ .

**E2.2** Stabilire se  $f$  è derivabile in  $\mathbb{R}$  e determinare la natura dei punti di non derivabilità.

---

**E3.** Determinare le soluzioni  $z \in \mathbb{C}$  dell'equazione complessa

**E3.1\***

$$z^3 + 2z^2 + 5z = 0.$$

**E3.2**

$$e^{\frac{1}{z+1}} = 1.$$


---

**D1.**

**D1.1\*** Scrivere la definizione di successione monotona strettamente crescente e fornire un esempio esplicito.

**D1.2** Enunciare il teorema di regolarità delle successioni monotone.

---

**D2.**

**D2.1\*** Enunciare il criterio del rapporto per serie a termini positivi.

**D2.2** Descrivere con esempi il comportamento della serie nel caso  $l = 1$  del precedente teorema.

---