

Appello del

10 Gennaio 2019

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Calcolare

$$\sqrt[4]{\frac{1-i}{1+\sqrt{3}i}}.$$

2. Data la funzione

$$f(x) = \frac{x^3 + \log(2+x^2) - x^2}{x^2 - 4},$$

determinare il dominio, i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

3. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 8y'(x) + 16y(x) = 2e^{-4x}$$

tali che

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{y(x) - (2+x^2)e^{-4x}}{e^{-4x}} = 6.$$

4. Calcolare il polinomio di Mc Laurin di quarto grado della funzione

$$f(x) = \log(1 + \sin x).$$

5.

i) Enunciare e dimostrare il Teorema di Torricelli.

ii) **Facoltativo:** Sia  $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$  una funzione strettamente crescente in  $\mathbb{R}$  e si consideri la funzione  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$F(x) = \int_0^x (e^t - 1)f'(t) dt.$$

Dimostrare che  $x = 0$  è un punto di minimo assoluto per  $F$  e che  $F \geq 0$  in  $\mathbb{R}$ .

Appello del

10 Gennaio 2019

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Calcolare

$$\sqrt[4]{\frac{\sqrt{3} - i}{-1 + i}}.$$

2. Data la funzione

$$f(x) = \frac{-2x^5 + \log(3 + |x|) - 3x^4}{x^4 - 16},$$

determinare il dominio, i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

3. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 6y'(x) + 9y(x) = 6e^{3x}$$

tali che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x) - (1 + 3x^2)e^{3x}}{e^{3x}} = 5.$$

4. Calcolare il polinomio di Mc Laurin di quarto grado della funzione

$$f(x) = \sin[2 \log(1 + x)].$$

5.

i) Enunciare e dimostrare il Teorema di Torricelli.

ii) **Facoltativo:** Sia  $f \in C^2(\mathbb{R})$  una funzione strettamente concava in  $\mathbb{R}$  e si consideri la funzione  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$F(x) = \int_1^x (t^3 - 1)f''(t) dt.$$

Dimostrare che  $x = 1$  è un punto di massimo assoluto per  $F$  e che  $F \leq 0$  in  $\mathbb{R}$ .

Appello del

10 Gennaio 2019

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Calcolare

$$\sqrt[4]{\frac{-1-i}{\sqrt{3}+i}}.$$

2. Data la funzione

$$f(x) = \frac{-4x^5 + \log(2 + |x|) - x^4}{x^4 - 4},$$

determinare il dominio, i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

3. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 8y'(x) + 16y(x) = 8e^{4x}$$

tali che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y(x) - (3 + 4x^2)e^{4x}}{e^{4x}} = 3.$$

4. Calcolare il polinomio di Mc Laurin di quarto grado della funzione

$$f(x) = \sinh[2 \log(1 + x)].$$

5.

i) Enunciare e dimostrare il Teorema di Torricelli.

ii) **Facoltativo:** Sia  $f \in C^2(\mathbb{R})$  una funzione strettamente concava in  $\mathbb{R}$  e si consideri la funzione  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$F(x) = \int_1^x (t^3 - 1)f''(t) dt.$$

Dimostrare che  $x = 1$  è un punto di massimo assoluto per  $F$  e che  $F \leq 0$  in  $\mathbb{R}$ .



Appello del

10 Gennaio 2019

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Calcolare

$$\sqrt[4]{\frac{1 - \sqrt{3}i}{1 + i}}.$$

2. Data la funzione

$$f(x) = \frac{3x^3 + \log(1 + x^2) - 2x^2}{x^2 - 2},$$

determinare il dominio, i limiti alla frontiera e gli eventuali asintoti.

3. Determinare le eventuali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 6y'(x) + 9y(x) = 4e^{-3x}$$

tali che

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{y(x) - (4 + 2x^2)e^{-3x}}{e^{-3x}} = 4.$$

4. Calcolare il polinomio di Mc Laurin di quarto grado della funzione

$$f(x) = \log(1 + \sinh x).$$

5.

i) Enunciare e dimostrare il Teorema di Torricelli.

ii) **Facoltativo:** Sia  $f \in \mathcal{C}^1(\mathbb{R})$  una funzione strettamente crescente in  $\mathbb{R}$  e si consideri la funzione  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$F(x) = \int_0^x (e^t - 1)f'(t) dt.$$

Dimostrare che  $x = 0$  è un punto di minimo assoluto per  $F$  e che  $F \geq 0$  in  $\mathbb{R}$ .