| | |
|---|---|
| ANALISI I (h. 2.30)<br><br>Appello del<br>**10 Gennaio 2020** | **TEMA A**<br><br>Cognome e nome (in stampatello)<br><br>Corso di laurea in Ingegneria Meccanica |

SPAZIO RISERVATO ALLA COMMISSIONE:

**1.** Data la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[5]{(x-4)^2} & \text{se } x \geq 0, \\ \dfrac{\sin(\mathrm{e}^{x^2} - 1)}{\sqrt[4]{x^{10} + x^4}} & \text{se } x < 0; \end{cases}$$

determinare e classificare i suoi punti di discontinuità e i suoi punti di non derivablità.

**2.** Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left[2^{(x^2+1)} - 3\right]^n}{n^{5/4} + \sqrt[5]{2n} + 3},$$

al variare di $x \in \mathbb{R}$ .

---

**3.** Determinare, se esistono, le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y^3(x)y'(x) = \frac{y^4(x)+2}{x}\,,$$

che soddisfano la condizione

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{y(x)}{x} = 3\,.$$

---

**4.** Determinare la monotonia e la concavità della funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_1^x t \exp\left(t^2 - \frac{t^4}{4}\right) dt\,.$$

**5.**

**1.** Enunciare e dimostrare la condizione necessaria per la convergenza di una serie e discutere, attraverso degli esempi, se si tratta anche di una condizione sufficiente per la convergenza.

**2.** Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire dei controesempi per quelle errate:

$$1)\ a_n \to 0^+,\ b_n \to 0^+ \implies \sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n \text{ converge,}$$

$$2)\ \{a_n\} \text{ e } \{b_n\} \text{ sono limitate } \implies \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n b_n}{n} \text{ converge,}$$

$$3)\ \{a_n\} \text{ e } \{b_n\} \text{ sono limitate } \implies \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n b_n}{n^{3/2}} \text{ converge,}$$

$$4)\ a_n \to 0^+,\ b_n \to 0^+ \implies \sum_{n=1}^{\infty} n^2 a_n b_n \text{ diverge.}$$

---

| ANALISI I (h. 2.30)<br><br>Appello del<br><br>**10 Gennaio 2020** | **TEMA B**<br><br>Cognome e nome (in stampatello)<br><br>Corso di laurea in Ingegneria Meccanica |
|---|---|

| SPAZIO RISERVATO ALLA COMMISSIONE: | |
|---|---|

**1.** Data la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[7]{(x+5)^3} & \text{se } x \leq 0, \\ \dfrac{\cos(\sin x) - 1}{\sqrt[3]{x^9 + x^7}} & \text{se } x > 0; \end{cases}$$

determinare e classificare i suoi punti di discontinuità e i suoi punti di non derivablità.

**2.** Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left[\frac{15-5^{(x^2+1)}}{10}\right]^n}{n^{3/2}+\sqrt[4]{n+3}},$$

al variare di $x \in \mathbb{R}$ .

**3.** Determinare, se esistono, le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y^2(x)y'(x) = 2\frac{y^3(x)+1}{x}\,,$$

che soddisfano la condizione

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{y(x)}{x^2} = 4\,.$$

---

**4.** Determinare la monotonia e la concavità della funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = -\int_{-1}^{x} t \exp\left(\frac{t^4}{4} - t^2\right) dt\,.$$

---

**5.**

**1.** Enunciare e dimostrare la condizione necessaria per la convergenza di una serie e discutere, attraverso degli esempi, se si tratta anche di una condizione sufficiente per la convergenza.

**2.** Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire dei controesempi per quelle errate:

$$1)\ a_n \to +\infty,\ b_n \to +\infty \implies \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n b_n} \text{ converge,}$$

$$2)\ \{a_n\} \text{ e } \{b_n\} \text{ sono strettamente positive e limitate } \implies \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 a_n b_n} \text{ converge,}$$

$$3)\ \{a_n\} \text{ e } \{b_n\} \text{ sono limitate } \implies \sum_{n=1}^{\infty} n a_n b_n \text{ diverge,}$$

$$4)\ a_n \to +\infty,\ b_n \to +\infty \implies \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 a_n b_n} \text{ converge.}$$

---

| | |
|---|---|
| ANALISI I (h. 2.30)<br><br>Appello del<br>**10 Gennaio 2020** | **TEMA C**<br><br>Cognome e nome (in stampatello)<br><br>Corso di laurea in Ingegneria Meccanica |

SPAZIO RISERVATO ALLA COMMISSIONE:

**1.** Data la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[7]{(2x+4)^3} & \text{se } x \leq 0, \\ \dfrac{\cos(\arctan x) - 1}{\sqrt[4]{x^9 + x^{12}}} & \text{se } x > 0; \end{cases}$$

determinare e classificare i suoi punti di discontinuità e i suoi punti di non derivablità.

**2.** Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left[\frac{10-4^{(x^2+1)}}{6}\right]^n}{n^{7/3}+\sqrt[3]{2n+1}},$$

al variare di $x \in \mathbb{R}$ .

---

**3.** Determinare, se esistono, le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y^4(x)y'(x) = 2\frac{y^5(x)+1}{x}\,,$$

che soddisfano la condizione

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{y(x)}{x^2} = 2\,.$$

---

**4.** Determinare la monotonia e la concavità della funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = -\int_{-1}^{x} t \exp\left(t^4 - 2t^2\right)\, dt\,.$$

---

**5.**

**1.** Enunciare e dimostrare la condizione necessaria per la convergenza di una serie e discutere, attraverso degli esempi, se si tratta anche di una condizione sufficiente per la convergenza.

**2.** Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire dei controesempi per quelle errate:

$$1)\ a_n \to +\infty,\ b_n \to +\infty \implies \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n b_n} \text{ converge,}$$

$$2)\ \{a_n\} \text{ e } \{b_n\} \text{ sono strettamente positive e limitate } \implies \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 a_n b_n} \text{ converge,}$$

$$3)\ \{a_n\} \text{ e } \{b_n\} \text{ sono limitate } \implies \sum_{n=1}^{\infty} n a_n b_n \text{ diverge,}$$

$$4)\ a_n \to +\infty,\ b_n \to +\infty \implies \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 a_n b_n} \text{ converge.}$$

---

| ANALISI I (h. 2.30)<br><br>Appello del<br><br>**10 Gennaio 2020** | **TEMA D**<br><br>Cognome e nome (in stampatello)<br><br>Corso di laurea in Ingegneria Meccanica |
|---|---|

SPAZIO RISERVATO ALLA COMMISSIONE:

**1.** Data la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[5]{(x-1)^2} & \text{se } x \geq 0, \\ \dfrac{2\sin[\log(1+x^4)]}{\sqrt{x^8+x^{12}}} & \text{se } x < 0; \end{cases}$$

determinare e classificare i suoi punti di discontinuità e i suoi punti di non derivablità.

---

**2.** Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\left[\frac{3^{(x^2+1)}-6}{3}\right]^n}{n^{7/4}+\sqrt[5]{3n+4}},$$

al variare di $x \in \mathbb{R}$ .

**3.** Determinare, se esistono, le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y^5(x)y'(x) = \frac{y^6(x) + 5}{x}\,,$$

che soddisfano la condizione

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{y(x)}{x} = 1\,.$$

---

**4.** Determinare la monotonia e la concavità della funzione $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definita da

$$F(x) = \int_1^x t \exp\left(2t^2 - t^4\right)\, dt\,.$$

---

**5.**

**1.** Enunciare e dimostrare la condizione necessaria per la convergenza di una serie e discutere, attraverso degli esempi, se si tratta anche di una condizione sufficiente per la convergenza.

**2.** Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono corrette, giustificando la risposta, e fornire dei controesempi per quelle errate:

$$1)\ a_n \to 0^+,\ b_n \to 0^+ \implies \sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n \text{ converge,}$$

$$2)\ \{a_n\} \text{ e } \{b_n\} \text{ sono limitate } \implies \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n b_n}{n} \text{ converge,}$$

$$3)\ \{a_n\} \text{ e } \{b_n\} \text{ sono limitate } \implies \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n b_n}{n^{3/2}} \text{ converge,}$$

$$4)\ a_n \to 0^+,\ b_n \to 0^+ \implies \sum_{n=1}^{\infty} n^2 a_n b_n \text{ diverge.}$$

---