CALCOLO DIFF. e INT./A appello del 10 giugno 2008	cognome e nome (stampatello) firma

1. Cacolare

$$\lim_{(x,y)\to(0,2)} \frac{e^{xy-2x} - 1 - xy + 2x}{x^2 + (y-2)^2}\,.$$

---

2. Determinare, al variare del parametro reale $\lambda \in \mathbb{R}$, la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = y^6(x) \arctan x\,, \\ y(0) = \lambda/\sqrt[5]{5}\,. \end{cases}$$

---

3. Stabilire, al variare del parametro reale α , se la funzione

$$f(x) = \frac{\sin^\alpha(x^{-3/2})}{(e^{1/\sqrt{x}} - 1)^2 - \frac{1}{x}}$$

è integrabile in senso improprio nell'intervallo $(1, +\infty)$.

---

4. Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \to 0^+$ della funzione

$$f(x) = \log(1+x) - x/2 - 1 + \cos\sqrt{x}\,.$$

---

5. Stabilire, al variare del parametro $\alpha > 0$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[4]{1 + \sin^2 \frac{1}{n}} - 1}{\log\left(1 + \frac{1}{n^\alpha}\right)}\,.$$

---

6. Sia $f : \mathbb{R} \to (0, +\infty)$ una funzione di classe $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ tale che $f(0) = f'(0) = 0$ e $f''(0) = 1$. Verificare, utilizzando gli sviluppi di Taylor, che l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} f\left(\frac{1}{x+1}\right)\,dx$$

esiste finito.

Tempo: 3 ore

CALCOLO DIFF. e INT./B appello del 10 giugno 2008	cognome e nome (stampatello) firma

1. Cacolare

$$\lim_{(x,y)\to(-2,0)} \frac{\log(1+xy+2y)-xy-2y}{(x+2)^2+y^2}\,.$$

---

2. Determinare, al variare del parametro reale $\lambda \in \mathbb{R}$, la soluzione del seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) = y^4(x)\log(1+x)\,, \\ y(0) = \lambda/\sqrt[3]{3}\,. \end{cases}$$

---

3. Stabilire, al variare del parametro reale α , se la funzione

$$f(x) = \frac{(1-\cos\sqrt[3]{x})^2 - \frac{1}{4}x^{4/3}}{\log^\alpha(1+\sqrt{x})}$$

è integrabile in senso improprio nell'intervallo $(0,1)$.

---

4. Determinare l'ordine di infinitesimo per $x \to 0^+$ della funzione

$$f(x) = \sin\sqrt{x} - \mathrm{e}^{\sqrt{x}} + 1 + x/2\,.$$

---

5. Stabilire, al variare del parametro $\alpha > 0$, il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left(\mathrm{e}^{1/n}-1\right)^\alpha}{\sqrt[5]{1+\log^2(1+1/n^2)}-1}\,.$$

---

6. Sia $f : \mathbb{R} \to (0,+\infty)$ una funzione di classe $\mathcal{C}^1(\mathbb{R})$ tale che $f(0) = 0$ e $f'(0) = 2$. Verificare, utilizzando gli sviluppi di Taylor, che l'integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} f\left(\frac{1}{1+x^2}\right)\,dx$$

esiste finito.

Tempo:
3 ore