A N A L I S I / A	cognome e nome	matricola
11 gennaio 2002		

E1*. Determinare i punti di massimo e minimo locale della funzione $f(x) = \mathrm{e}^{-x(x-1)}$.

E2*. Calcolare, se esiste, $$\lim_{n\to\infty}\left(n-\frac{4}{n}\right)\left(\sqrt{1+\frac{3}{n}}-1\right).$$

E3*. Calcolare $$\int_0^1 \frac{x}{(x+1)(x+2)}\,dx.$$

E4*. Data $f(x,y) = x^3 \log y$, calcolare $\nabla f(1, \frac{1}{e})$.

E5. Siano $y_n(t)$ le soluzioni del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = -y^2(t) \\ y(0) = n; \end{cases}$$

calcolare $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}y_n(1)$.

E6. Sia $D = \{(x,y) \in I\!R^2 :\ 1 \le x^2+y^2 \le 2,\ x \le -|y|\}$. Calcolare $\displaystyle\iint_D x\,dx\,dy$.

E7. Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in I\!R$ esiste finito il seguente integrale improprio

$$\int_0^1 \frac{\log x}{[x(1-x)]^{2\alpha+1}}\,dx\ .$$

D1. Determinare, se esiste, il periodo della funzione $f(x) = \cos(\frac{1}{3}x) + \sin(x)$.

D2. Stabilire, motivando la risposta, se la seguente funzione è continua nel suo dominio:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{|x|} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0. \end{cases}$$

D3. Dimostrare che il seguente limite non esiste:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{y^2-5xy}{x^2+y^2}.$$

Tempo: 3 ore . Risolvere obbligatoriamente gli esercizi * e rispondere ad almeno una domanda .

A N A L I S I / B 11 Gennaio 2002	cognome e nome	matricola

E1*. Determinare i punti di massimo e minimo locale della funzione $f(x) = \arctan(-x(x-1))$.

E2*. Calcolare, se esiste, $\displaystyle \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n}{3} + \frac{1}{n}\right) \sin\left(\frac{5}{n}\right)$.

E3*. Calcolare $\displaystyle \int_1^2 \frac{2x}{(x+1)(x-3)}\, dx$.

E4*. Data $f(x,y) = y^2 \sin x$, calcolare $\nabla f(\pi, -1)$.

E5. Siano $y_n(t)$ le soluzioni del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = -ny(t) \\ y(0) = n; \end{cases}$$

calcolare $\displaystyle \lim_{n\to\infty} y_n(1)$.

E6. Sia $D = \{(x,y) \in I\!R^2 : \ 1 \le x^2 + y^2 \le 3, \ 0 \le x \le y\}$. Calcolare $\displaystyle \iint_D y\, dx\, dy$.

E7. Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in I\!R$ esiste finito il seguente integrale improprio

$$\int_0^{1/2} \frac{[x(1-2x)]^{\alpha-5}}{\sin x}\, dx \ .$$

D1. Determinare, se esiste, il periodo della funzione $f(x) = \cos(2x) - \sin(x)$.

D2. Stabilire, motivando la risposta, se la seguente funzione è continua nel suo dominio:

$$f(x) = \begin{cases} x & x \le 1 \\ 3 - x^3 & x > 1. \end{cases}$$

D3. Dimostrare che il seguente limite non esiste:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2y^2}{x^2+y^2}.$$

Tempo: 3 ore . Risolvere obbligatoriamente gli esercizi * e rispondere ad almeno una domanda .

A N A L I S I / C 11 Gennaio 2002	cognome e nome	matricola

E1*. Determinare i punti di massimo e minimo locale della funzione $f(x) = \mathrm{e}^{-\frac{1}{x^2+1}}$.

E2*. Calcolare, se esiste, $\displaystyle\lim_{n\to\infty} (n^4+1)\left(1-\cos\frac{3}{n^2}\right)$.

E3*. Calcolare $\displaystyle\int_1^2 \frac{x-1}{x(x+2)}\,dx$.

E4*. Data $f(x,y) = xy^2 - \log x$, calcolare $\nabla f(1,2)$.

E5. Siano $y_n(t)$ le soluzioni del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = -ny^3(t) \\ y(0) = 1; \end{cases}$$

calcolare $\displaystyle\lim_{n\to\infty} (y_n(1))^2$.

E6. Sia $D = \{(x,y) \in I\!R^2 :\ 2 \le x^2+y^2 \le 4,\ x \ge y\}$. Calcolare $\displaystyle\iint_D x\,dx\,dy$.

E7. Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in I\!R$ esiste finito il seguente integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{\log(1+x^2)}{x^\alpha(1+x^3)}\,dx\ .$$

D1. Determinare, se esiste, il periodo della funzione $f(x) = \cos(x) - \sin(\frac{1}{2}x)$.

D2. Stabilire, motivando la risposta, se la seguente funzione è continua nel suo dominio:

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & x \le 2 \\ x^2-3 & x > 2. \end{cases}$$

D3. Dimostrare che il seguente limite non esiste:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{2x^2-y^2}{x^2+y^2}.$$

Tempo: 3 ore . Risolvere obbligatoriamente gli esercizi * e rispondere ad almeno una domanda .

A N A L I S I / D 11 Gennaio 2002	cognome e nome	matricola

E1*. Determinare i punti di massimo e minimo locale della funzione $f(x) = \arctan(-\frac{1}{x^2+1})$.

E2*. Calcolare, se esiste, $\lim_{n\to\infty} \left(5n - \frac{1}{n^2}\right) \log\left(1 - \frac{4}{n}\right)$.

E3*. Calcolare $\int_{-1}^{1} \frac{1}{(x+2)(x-2)}\, dx$.

E4*. Data $f(x,y) = xy - x\cos y$, calcolare $\nabla f(1,\pi)$.

E5. Siano $y_n(t)$ le soluzioni del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = -y^{n+1}(t) \\ y(0) = 1; \end{cases}$$

calcolare $\lim_{n\to\infty} y_n(1)$.

E6. Sia $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ 1 \le x^2+y^2 \le 4,\ y \ge 0,\ y \ge x\}$. Calcolare $\iint_D y\, dx\, dy$.

E7. Stabilire per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ esiste finito il seguente integrale improprio

$$\int_1^{+\infty} \frac{(x-1)^\alpha \log x}{1+\log^2 x}\, dx\ .$$

D1. Determinare, se esiste, il periodo della funzione $f(x) = \cos(x) + \sin(4x)$.

D2. Stabilire, motivando la risposta, se la seguente funzione è continua nel suo dominio:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{|x-1|} & x \neq 1 \\ 1 & x = 1. \end{cases}$$

D3. Dimostrare che il seguente limite non esiste:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y^3 - 3x^2}{x^2+y^2}.$$

Tempo: 3 ore . Risolvere obbligatoriamente gli esercizi * e rispondere ad almeno una domanda .

A N A L I S I / Int. 11 gennaio 2002	cognome e nome	matricola

E1*. Calcolare, se esiste,

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3-3y^3}{x^2+y^2}$$

E2*. Data $f(x,y)=x+\log(xy+1)$, calcolare $\nabla f(1,0)$.

E3. Siano $y_n(t)$ le soluzioni del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t)=(\log n)y(t) \\ y(0)=1; \end{cases}$$

calcolare $\lim_{n\to\infty} y_n(\frac{1}{n})$.

E4. Sia $D=\{(x,y)\in I\!R^2:\ 1\le x^2+y^2\le 9,\ x\le y\}$. Calcolare $\iint_D x\,dx\,dy$.

D1. Dimostrare che il seguente limite non esiste:

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{y^2+xy-x^2}{x^2+y^2}.$$

Tempo: 3 ore . Risolvere obbligatoriamente gli esercizi * e rispondere ad almeno una domanda .