

1. Stabilire se esiste finito il seguente integrale improprio

$$\int_0^{+\infty} \frac{5x}{1+x^4} dx.$$

- 
2. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'(x) + \frac{\tan^2 x}{\cos^2 x} y(x) = \frac{\tan^2 x}{\cos^2 x}, \\ y(0) = 2, \end{cases} \quad x \in (-\pi/2, \pi/2).$$

1. Determinare la soluzione  $y(x)$  del precedente problema.
2. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow \pi/2^-} y(x).$$

- 
3. Si consideri la funzione  $f(x, y) = (y - 1 + x/2)(x^2 + 1)$  definita sull'insieme chiuso

$$T = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, y \geq 0, y \leq 1 - x\}.$$

1. Determinare eventuali estremanti relativi e assoluti di  $f$  all'**interno** dell'insieme  $T$ .
2. Determinare gli estremanti assoluti di  $f$  su tutto l'insieme chiuso  $T$ , giustificando la risposta.

- 
4. Determinare il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{3^n + 1} (x - 1/2)^n.$$

**Tempo:**  
**2 ore**

