ANALISI 1 - II modulo/A	cognome e nome	matricola
11 settembre 2007		

E1. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) + y'(x) - 2y(x) = 4\mathrm{e}^{-x} \\ y(0) = -4 \\ y'(0) = 0\,. \end{cases}$$

a) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale proposta.
b) Determinare la soluzione del problema di Cauchy proposto.
c) Determinare eventuali soluzioni dell'equazione differenziale che soddisfino la condizione

$$\lim_{x\to+\infty} y(x) = 0\,.$$

E2. Data la funzione $f : I\!R^2 \to I\!R$, definita da $f(x,y) = x^2y(y-x-1)$, dimostrare che essa possiede estremanti assoluti nell'insieme

$$T = \{(x,y) \in I\!R^2 \,:\, -1 \le x \le 0\,,\, 0 \le y \le x+1\}$$

e determinarli esplicitamente.

E3. Calcolare il seguente integrale:

$$\iint_E x\,\mathrm{e}^{2x^2+y}\,dxdy\,,$$

dove $E \subset I\!R^2$ è l'insieme definito da $E = \{(x,y) \in I\!R^2 \;:\; -1 \le x \le 0,\; 0 \le y \le 2\}$.

D1. Sia $f : I\!R^+ \to I\!R^+$ una funzione continua. Stabilire, giustificando la risposta, quale delle seguenti condizioni garantisce che l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^1 \frac{f(x)}{x}\,dx$ converga:

a) $f(x) \sim \frac{1}{\sqrt{x}}$ per $x \to 0^+$; b) nessuna delle condizioni proposte;
c) $f(x) \sim \sqrt{x}$ per $x \to 0^+$; d) $f(x) \le 1$ su $I\!R^+$.

Tempo: 2.00 ore

ANALISI 1 - II modulo/B	cognome e nome	matricola
11 settembre 2007		

E1. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) - y'(x) - 2y(x) = -2\mathrm{e}^x \\ y(0) = 2 \\ y'(0) = 0\,. \end{cases}$$

a) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale proposta.
b) Determinare la soluzione del problema di Cauchy proposto.
c) Determinare eventuali soluzioni dell'equazione differenziale che soddisfino la condizione

$$\lim_{x\to-\infty} y(x) = 0\,.$$

E2. Data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, definita da $f(x,y) = -xy^2(y+x-1)$, dimostrare che essa possiede estremanti assoluti nell'insieme

$$T = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,:\, 0 \le x \le 1\,,\, 0 \le y \le -x+1\}$$

e determinarli esplicitamente.

E3. Calcolare il seguente integrale:

$$\iint_E 3y\,\mathrm{e}^{2x+y^2}\,dxdy\,,$$

dove $E \subset \mathbb{R}^2$ è l'insieme definito da $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; 0 \le x \le 1,\; -2 \le y \le 0\}$.

D1. Sia $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ una funzione continua. Stabilire, giustificando la risposta, quale delle seguenti condizioni garantisce che l'integrale improprio $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{f(x)}{x}\,dx$ converga:

a) nessuna delle condizioni proposte;
b) $f(x) \sim x$ per $x \to +\infty$;
c) $f(x) \le 1$ su $\mathbb{R}^+$;
d) $f(x) \sim \frac{1}{x}$ per $x \to +\infty$.

Tempo: 2.00 ore

ANALISI 1 - II modulo/C 11 settembre 2007	cognome e nome matricola

E1. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) - y'(x) - 2y(x) = 16\mathrm{e}^{3x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 16\,. \end{cases}$$

a) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale proposta.
b) Determinare la soluzione del problema di Cauchy proposto.
c) Determinare eventuali soluzioni dell'equazione differenziale che soddisfino la condizione

$$\lim_{x\to-\infty} y(x) = 0\,.$$

E2. Data la funzione $f : I\!R^2 \to I\!R$, definita da $f(x,y) = xy^2(y-x+1)$, dimostrare che essa possiede estremanti assoluti nell'insieme

$$T = \{(x,y) \in I\!R^2 \,:\, 0 \le x \le 1\,,\, x-1 \le y \le 0\}$$

e determinarli esplicitamente.

E3. Calcolare il seguente integrale:

$$\iint_E y\,\mathrm{e}^{x+4y^2}\,dxdy\,,$$

dove $E \subset I\!R^2$ è l'insieme definito da $E = \{(x,y) \in I\!R^2 \;:\; 0 \le x \le 2,\; -1 \le y \le 0\}$.

D1. Sia $f : I\!R^+ \to I\!R^+$ una funzione continua. Stabilire, giustificando la risposta, quale delle seguenti condizioni garantisce che l'integrale improprio $\displaystyle\int_1^{+\infty} \frac{f(x)}{x^2}\,dx$ converga:

a) $f(x) \le 1$ su $I\!R^+$;
b) $f(x) \sim x \quad$ per $x \to +\infty$;
c) nessuna delle condizioni proposte;
d) $f(x) \ge 1$ su $I\!R^+$.

Tempo: 2.00 ore

ANALISI 1 - II modulo/D 11 settembre 2007	cognome e nome	matricola

E1. Si consideri il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y''(x) + y'(x) - 2y(x) = -8\mathrm{e}^{-3x} \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 8\,. \end{cases}$$

a) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale proposta.
b) Determinare la soluzione del problema di Cauchy proposto.
c) Determinare eventuali soluzioni dell'equazione differenziale che soddisfino la condizione

$$\lim_{x\to+\infty} y(x) = 0\,.$$

E2. Data la funzione $f : I\!R^2 \to I\!R$, definita da $f(x,y) = x^2 y(y+x+1)$, dimostrare che essa possiede estremanti assoluti nell'insieme

$$T = \{(x,y) \in I\!R^2 \,:\, -1 \le x \le 0\,,\, -x-1 \le y \le 0\}$$

e determinarli esplicitamente.

E3. Calcolare il seguente integrale:

$$\iint_E 4x\,\mathrm{e}^{x^2+2y}\,dxdy\,,$$

dove $E \subset I\!R^2$ è l'insieme definito da $E = \{(x,y) \in I\!R^2 \;:\; -2 \le x \le 0,\; 0 \le y \le 1\}$.

D1. Sia $f : I\!R^+ \to I\!R^+$ una funzione continua. Stabilire, giustificando la risposta, quale delle seguenti condizioni garantisce che l'integrale improprio $\displaystyle\int_0^1 \frac{f(x)}{\sqrt{x}}\,dx$ converga:

a) $f(x) \ge 1$ su $I\!R^+$; b) $f(x) \le 1$ su $I\!R^+$;
c) $f(x) \sim \frac{1}{\sqrt{x}}$ per $x \to 0^+$; d) nessuna delle condizioni proposte.

Tempo: 2.00 ore